

FACULTÉ DES SCIENCES — L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Serie A, N° 4272 N° d'ordre : 4123

ÉTUDE
DU
CARACTÈRE COMPLET
DE LA
THÉORIE QUANTIQUE

MIOARA MUGUR-SCHÄCHTER

née Iscovici

Thèse n° 1

Soutenue le 29 avril 1964 devant la commission d'examen
pour obtenir le grade de docteur es sciences physiques

Jury : Louis de Broglie président

J.L. Destouches

M.-A. Tonnelat

C. Magnan

gv

1964

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR
PARIS

ÉTUDE DU CARACTÈRE COMPLET
DE LA
THÉORIE QUANTIQUE



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. ZAMANSKY

PROFESSEURS

JULIA G. T	Analyse supérieure et algèbre supérieure	CHOUARD T	Physiologie végétale
PRENANT T	Anatomie et Histologie comparée	MALAVARD T	Aviation (Technique Aéronautique)
GRASSÉ T	Évolution des êtres organisés	BRELOT T	Calcul différentiel et intégral
PRÉVOST T	Chimie organique	NORMANT T	Synthèse organique
WYART T	Minéralog. et Cristallogr.	BENARD T	Chimie minérale
TEISSIER T	Zoologie	BUVAT T	Botanique (ENS)
MANGENOT T	Biol. Végét. (Orsay)	DUGUE T	Statistique Mathématique
AUGER T	Physique quantique et relativité	SOULAIRAC T	Psychophysiologie
MONNIER T	Physiologie générale	ULRICH T	Physiologie végétale appliquée
PIVETEAU T	Paléontologie	MARECHAL T	Optique théorique et appliquée
ROCARD T	Physique (ENS)	KIRRMANN T	Théories chimiques
CARTAN T	Mathématiques (ENS)	CHADEFAUD T	Botanique
LAFFITTE T	Chimie générale	Mlle LE BRETON T	Physiologie de la Nutrition
FAVARD T	Géométrie supérieure	LELONG T	Application de l'analyse à la géométrie
COULOMB T	Physique du globe	DEVILLERS T	Anatomie et Histologie Comparée
Mlle COUSIN T	Biol. animale (SPCN)	EHRSMANN T	Topologie Algébrique
CHRETIEN T	Chimie minérale	FRANCON T	Physique (SPCN)
DRACH T	Zoologie	GLANGEAUD T	Géographie Physique et Géologie
KASTLER T	Physique ENS	GODEMENT T	Mathématiques (MGP)
EPHROSSI T	Génétique	PISOT T	Tech. Math. de la Phys.
RIVIÈRE T	Géol. SPCN et Sédimentologie (Orsay)	ROCH T	Géologie
GAUTHERET T	Biologie Vég. (PCB)	SCHATZMANN T	Astrophysique
LUCAS R. T	Recherches Physiques	TERMIER T	Géologie générale
THOMAS A. T	Biologie cellulaire	ZAMANSKY T	Mathématiques générales
ARNULF T	Optique appliquée	LENNUIER T	Physique (MGP)
MORAND T	Physique Enseignement	RIZET T	Génétique (Orsay)
SOLEILLET T	Physique (PCB)	ROUTHIER T	Géologie appliquée
FORTIER T	Mécanique Exp. des Fluides	Mme TONNELAT T	Physique théorique
PETIT T	Biologie maritime	DIEXMIER T	Mathématiques (MPC)
QUENEY T	Météor. et dynamique atmosphérique	SOUCHAY T	Chimie générale
GALLIEN T	Embryologie	AIGRAIN T	Électrotechnique générale
EICHHORN T	Botanique	BRUSSET T	Chimie systématique
DE CUGNAC T	Biologie Vég. (SPCN)	LEVY M. T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mlle CAUCHOIS T	Chimie Physique	Mme CHAIX T	Chimie biologique
THELLIER T	Physique du globe	Mme HUREL-PY T	Biologie végétale (PCB)
L'HÉRITIER T	Biol. générale (Orsay)	PIAUX T	Chimie (MPC)
GRIVET T	Radioélectricité (Orsay)	BRUN T	Mécanique théorique des fluides
PONCIN T	Mécanique générale	LEDERER T	Chimie biologique (Orsay)
DUBREIL T	Arithm. et Théorie des Nombres	Mme DUBREIL T	Mathématiques (Agrégation)
QUELET T	Chimie organique	Mme LELONG T	Mathématiques II (ENS)
CAGNIARD T	Géophysique appliquée	BELLAIR T	Géologie (SPCN)
CHAMPETIER T	Chimie macromolécul.	COTTE T	Physique électricité
CUVILLIER T	Micropaléontologie	DUBOIS J. E. T	Chimie organique
JUNG T	Géologie	LAMOTTE T	Zoologie (ENS)
TRILLAT T	Microscopie et diffraction électronique	MICHEL A. T	Chimie minérale (Orsay)
WIEMANN T	Chimie organ. et struc.	OLMER T	Énergétique générale
JACQUINOT T	Spectroscopie et Phys. céleste (Orsay)	ROUAULT T	Électricité (Orsay)
VASSY T	Physique de l'Atmosph.	GAUTHIER T	Mécanique appliquée
DESTOUCHES T	Théorie Physique	BARCHIEWITZ T	Chimie Physique
AMIEL T	Chimie générale	BROSSEL T	Physique atomique
HOCART T	Minéralogie et Cristallogr.	BUSER T	Physiologie comparée
MATHIEU J. P. T	Physique Optique	CAMUS T	Physiologie végétale (Orsay)
COUTEAUX T	Cytologie	CASTAING T	Physique II Thermodynamique (Orsay)
MAY T	Zoologie (Orsay)	CURIEN T	Minéralogie et cristallographie
CHOQUET T	Théorie des fonctions et Topologie	MOYSE T	Physiologie végétale (Orsay)
FELDMANN T	Biologie végétale marine	NOIROI T	Évolution des êtres organisés
GUINIER T	Physique des Solides (Orsay)	PANNETIER T	Chimie générale
JOST T	Physiologie comparée	POSSOMPES T	Zoologie
FORTET T	Calcul des Probabilités et phys. mathématique	PULLMANN T	Chimie quantique
SCHWARTZ T	Calcul différentiel et intégral	TEILLAC T	Physique Nucléaire et radioactivité (Orsay)
		TONNELAT T	Biol. Physico-chimique (Orsay)
		VILLE T	Économétrie



WILLEMARTT Chimie (PCB)
DODET Chimie (Orsay)
FREYMANT Recherches Physiques
GUINOCHETT Biol. Vég. SPCN (Orsay)
ROLLETT Chimie minérale
Mlle JOSIENT Chimie SPCN
CHEVALLEYT Géométrie algébrique et théorie des groupes

ARNOULTT Électronique (Orsay)
CHAPELLET Physique I (Orsay)
DELANGET Mathématique I (Orsay)
DENYT Mathématique Génér. (Orsay)
GERMAINT Mécanique théor. des fluides
LUCAS G.T Géologie
ALLARDT Chimie Physique
BERTHELOTT Phys. des particules fondamentales (Orsay)

BRICARDT Météorologie et physique de l'atmosphère

Mme ALBE-
FESSARDT Psycho-physiologie
FRIEDELT Physique des solides (Orsay)
JULIA M.T Études des moléculaires complexes

LENDERT Biologie animale SPCN (Ors.)
MAGATT Physicochimie des radioéléments

Mlle QUINTIN ...T Electrochimie
MONODT Chimie du métabolisme
BENOITT Physiologie animale (Orsay)
DE POSSELT Analyse numérique
CHARLOTT Chimie analytique
LEMÉET Écologie végétale (Orsay)
GUERINT Chimie MPC (Orsay)
CHATELET M. ...T Chimie PCB
JEANT Physique nucléaire (Orsay)
MATTIERT Physique SPCN
BERGERARDT Zoologie (Orsay)
BERTEINT Electronique (Orsay)
BOUSSIÈREST Radiochimie
Mme COUTURE T Thermodynamique et Mécanique Physique

ELLENBERGER ...T Géologie des grandes régions du globe

FRANCT Biologie animale PCB
SCHNELLT Botanique tropicale
STOLKOWSKIT Physiologie végétale
ACHERT Chimie Biologique
BAUDOINT Biologie animale PCB
BEAUMONTT Biologie animale SPCN
BLAMONTT Géophysique-ionosphère
BOURREAUT Botanique
CURIE D.T Physique MGP
DURAND-DELGA T Géologie
FREONT Chimie organique (Orsay)
HELLERT Physiologie végétale
TORTRATT Calcul des Probabilités
CAILLEUXT Géologie (SPCN)
MAGNANT Physique SPCN
DAUDELT Mécanique ondulatoire appliq. à la chimie théorique et à la physique nucléaire

Mlle FOURCROY... Biologie végétale SPCN

Mme CHOQUET-
BRUNATT Mécanique analytique et mécanique céleste

Mlle VEILT Physiologie générale
LWOFFT Microbiologie
SIESTRUNCKT Mécanique physique et expérimentale

LACOMBET Métallurgie des métaux nucléaires (Orsay)

BROCHARDT Physique PCB (Orsay)
CABANNEST Mécanique générale
LESIEUXT Mathématiques I (Orsay)
MAZETT Mécanique générale (Orsay)
CAIRET Géographie physique et géodynamique

COMOLETT Mécanique des Fluides
CORABEUFT Physiologie animale (Orsay)
DELLOUET Physique de l'exosphère
GORENFLOTT Botanique II (Orsay)
HOUILLOINT Biologie animale PCB
JULLIEN J.T Chimie SPCN (Orsay)
MALGRANGET Technique mathématique de la Physique (Orsay)

OLIVIERT Anthropologie
NOZERANT Botanique II (Orsay)
BLANC-LAPIERRE T Physique ENS (Orsay)
CHEVAUGEON ...T Botanique (Orsay)
KAHANET Mathématiques (Orsay)
SAMUELT Mathématiques ENS féminines
KOURGANOFF...T Astronomie (Orsay)
THIRYT Mécanique céleste
ABELEST Physique SPCN
AMATT Physique PCB
AUBOINT Géologie

Mme BENOIT-
GUEUTALT Phys. Nucléaire et radioactivité (Orsay)

BOUGIST Biologie marine (Villefranche/Mer)

BRUHATT Mathématiques MPC
BRUNNT Géologie historique (Orsay)
CHABBALT Physique MGP (Orsay)
DEHEUVELST Mathématique propédeutique (Orsay)

D'ESPAGNATT Physique théorique (Orsay)
FURONT Géologie SPCN
Mme GANST Génétique

GENEVEST Biologie végétale PCB
GUILBERTT Physique (CUS Orléans)
HUPET Pétrographie

HOLLANDET Biologie générale
LIONST Analyse numérique
MAITTET Chimie PCB

MEYERT Physique propédeutique
NICOLAST Géologie appliquée
PANIGELT Biologie générale
RAVIERT Pétrographie

ROSEAUT Mécanique théorique des fluides

ROUBINET Électronique
SILBERT Chimie PCB
UEBERSFELDT Électronique

YVONT Théories Physiques
HERVÉT Mathématiques
NERONT Mathématique MPC (Orsay)

Mme PECKER-
WIMELT Astrophysique

BALKANSKYT Physique MPC
LE CORRET Électricité
DELCROIXT Physique théorique (Orsay)

GOURDINT Phys. Théor. des Hautes Énergies (Orsay)

LEHMANNT Phys. Exp. des Hautes Énergies (Orsay)

NATAFT Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)

ÉCHALIERT Biologie animale PCB
BARRAUDT Physiologie cellulaire
LIORETT Physiologie végétale (Orsay)

DARST Géologie structurale et Géologie appliquée

CAMEFORSTT Botanique (agrégation)
VICHNIEWSKY ...T Mécanique industrielle
BLAQUIÈRET Électronique (Orsay)

ARNOUST Physique théorique
TATIBOUETT Chimie (CSU Orléans)
MALLIAVINT Mathématique propéd. (Orsay)

GAUDEMART Chimie Propéd.
PEREZ Y JORBA ... Phys. Exp. des Hautes Énergies (Orsay)

DAVIDT Chimie (Agrég. Orsay)
BROUSSET Mécanique théorique

Le Secrétaire Général R. POULLAIN



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552222_0007

FACULTÉ DES SCIENCES — L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Serie A, N° 4272 N° d'ordre : 4123

ÉTUDE
DU
CARACTÈRE COMPLET
DE LA
THÉORIE QUANTIQUE

MIOARA MUGUR-SCHÄCHTER

née ISCOVICI

Thèse n° 1

Soutenue le 29 avril 1964 devant la commission d'examen
pour obtenir le grade de docteur es sciences physiques

Jury : Louis de Broglie président

J.L. Destouches

M.-A. Tonnelat

C. Magnan

gv

1964

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR

PARIS

ÉTUDE
DU
CARACTÈRE COMPLET
DE LA
THÉORIE QUANTIQUE

© GAUTHIER-VILLARS, 1964

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction,
par tous procédés y compris la photographie
et le microfilm réservés pour tous pays.

PRÉFACE

Madame Mugur-Schächter a depuis quelque temps entrepris des recherches sur l'interprétation de la mécanique ondulatoire dans le sens dont j'ai moi-même repris le développement dans ces dernières années. Ces recherches l'ont conduite à la rédaction d'une thèse de doctorat dont j'ai suivi l'élaboration et qu'elle a récemment soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris. C'est le texte de cette thèse qui fait l'objet du présent volume.

La première partie de cette thèse porte sur l'examen du célèbre théorème de von Neumann qui affirme l'impossibilité d'interpréter l'intervention constante des probabilités en Mécanique ondulatoire par l'introduction de variables cachées. Ce théorème semblait exclure absolument tout espoir d'obtenir une image claire et causale de la coexistence des ondes et des corpuscules qui fournisse du formalisme probabiliste de la Mécanique quantique une interprétation un peu analogue à celle que la Mécanique statistique a naguère fournie des postulats abstraits de la Thermodynamique classique des principes.

Depuis plusieurs années, tandis que des doutes s'élevaient de divers côtés sur la validité de ce théorème, j'étais arrivé à la conviction que le raisonnement par lequel von Neumann avait cru le justifier était trompeur et qu'il reposait sur un cercle vicieux parce que son auteur introduisait subrepticement dans ses prémisses le résultat même qu'il voulait démontrer. Madame Mugur-Schächter dans la première partie de sa thèse a soumis à une analyse approfondie le raisonnement de von Neumann. Logicienne expérimentée, elle a effectué une véritable dissection logique de ce raisonnement et il me semble qu'elle est parvenue à démontrer rigoureusement son caractère fallacieux. Je ne puis résumer ici les arguments détaillés et subtils qu'elle a longuement développés, mais tous ceux qui étudieront la première partie de son travail seront frappés par la vigueur d'esprit avec laquelle elle a poursuivi cette analyse.

Dans la seconde partie de sa Thèse, Madame Mugur-Schächter est partie de la remarque que la non-validité du théorème de von Neumann remet en question le caractère complet de la théorie quantique actuelle et elle a entrepris, pour le prouver, une analyse très approfondie des mesures quantiques ainsi que de la validité générale des relations d'incertitude de Heisenberg et de la théorie des transformations. Cette étude menée avec rigueur l'a amenée à se demander s'il n'existerait par des types de mesures « non quantiques »

(en particulier les mesures par trace) auxquelles la théorie quantique actuelle ne s'appliquerait pas, ce qui naturellement montrerait que celle-ci n'est pas complète. Madame Mugur-Schächter met en doute la validité des relations d'incertitude pour ce type de mesures et elle insiste sur l'importance de l'idée que j'avais introduite depuis quelques années suivant laquelle, contrairement aux affirmations de la théorie des transformations, la probabilité de localisation d'un corpuscule, qui préexiste à toute opération de mesure, aurait une sorte de « primauté » par rapport aux autres probabilités (notamment celles qui concernent les valeurs de la quantité de mouvements) parce que ces dernières n'entrent en jeu qu'après une opération de mesure.

En résumé, la thèse de Madame Mugur-Schächter, très vigoureusement charpentée du point de vue logique et pleine d'analyses fines et rigoureuses, présente un très grand intérêt à l'heure actuelle où de nombreux indices me semblent annoncer une prochaine et sans doute nécessaire révision des idées qui ont été mises depuis 35 ans à la base de l'interprétation de la Physique quantique.

Louis de Broglie

L'esprit dans lequel sont réalisées
les analyses qui constituent cette
thèse, me fut révélé par l'étude
de l'œuvre de M. Louis de Broglie.

AVANT-PROPOS

L'interprétation courante du formalisme quantique, les divers arguments que l'on donne pour mettre en évidence le caractère complet de ce formalisme, et particulièrement la démonstration bien connue de von Neumann concernant d'éventuels paramètres cachés associés aux micro-systèmes, m'ont toujours produit — comme à tant d'autres chercheurs — une sorte de contrariété logique.

Je crus discerner que la source de cette contrariété se trouve dans le fait que l'on abolit certaines des dimensions que le problème du caractère complet de la théorie quantique possède, et ceci sans en avoir conscience. Si l'on raisonnait — par exemple — sur la représentation d'un cube par un dessin, comme s'il s'agissait du cube lui-même, les raisonnements seraient exposés à des insuffisances d'une nature analogue. Et l'on pourrait dire des paradoxes de la théorie des ensembles, sans que l'expression soit trop confuse, qu'ils provenaient de la projection d'un problème possédant un nombre donné de dimensions logiques, sur un espace logique ayant un nombre de dimensions plus restreint; la théorie des types de Russell lève ces paradoxes précisément en introduisant, pour chaque problème, toutes les dimensions logiques supplémentaires nécessaires pour l'obtention d'un espace qui puisse contenir intégralement le volume logique réel du problème considéré.

De même, dans l'interprétation usuelle de la théorie quantique et dans la démonstration de von Neumann, l'on superpose ou l'on juxtapose dans un même plan logique des notions qui appartiennent en fait à des plans logiques différents. On n'y distingue pas entre des notions indiquant des éléments de la réalité physique, et des notions indiquant des éléments purements descriptifs, formels, comme l'on ne tient pas compte non plus de nombre de relations qui, bien qu'elles concernent des notions indiquant des éléments tous purement descriptifs, contribuent néanmoins à déterminer le relief logique de tout problème où ces notions interviennent : on confond un paramètre donné avec l'aspect de la réalité physique qu'il représente, on parle de paramètres cachés, sans spécifier par rapport à quelle théorie ils sont cachés, et sans distinguer entre la propriété formelle d'un paramètre d'être caché relativement à une théorie donnée, et l'éventuelle propriété physique de l'aspect de la réalité que ce paramètre représente, d'être caché

expérimentalement; on définit des ensembles statistiques homogènes, mais sans spécifier par rapport à quelle catégorie d'autres ensembles cette homogénéité existe, on définit la dispersion d'un ensemble statistique, mais sans spécifier par rapport à quelle loi de distribution.

Il en résulte que le problème est — si j'ose employer cette expression — logiquement aplati, replié.

Il est alors naturel de penser qu'on pourrait peut-être examiner mieux les aspects du problème du caractère complet de la théorie quantique, si l'on réussissait d'abord à rendre à ce problème son volume logique réel, en introduisant pour les notions qui y interviennent toutes les distinctions des types mentionnés plus haut.

Dans les analyses de cette thèse j'ai constamment essayé de procéder ainsi.

PREMIÈRE PARTIE

INVALIDATION DU THÉORÈME DE VON NEUMANN CONCERNANT L'INCOMPATIBILITÉ AVEC LA THÉORIE QUANTIQUE, DE L'EXISTENCE DE PARAMÈTRES CACHÉS ASSOCIÉS AUX MICROSYSTÈMES

1 — INTRODUCTION

On sait que von Neumann a considéré avoir démontré [1] que l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsyctèmes est incompatible avec la théorie quantique, d'où il résulte que la théorie quantique est une théorie statistique complète et que le comportement des microsyctèmes possède un caractère non-causal.

Mais un caractère complet de la théorie quantique implique des conséquences que certains physiciens jugent inacceptables. Ce fait a entretenu l'espoir de pouvoir néanmoins construire une théorie causale des microphénomènes, et il a même conduit à des tentatives pour réaliser une telle théorie effectivement. (Une de ces tentatives, amorcée en 1926 par M. de Broglie [2], ensuite abandonnée, puis reprise en 1952 par M. Bohm [3], a été maintenue depuis par M. de Broglie [4-8] et ses élèves [9-12], etc... dans un progrès continu, et actuellement elle s'impose avec une force grandissante).

Pour tous ceux qui ressentaient la nécessité d'une description causale des microphénomènes, le théorème de von Neumann, qui élimine à priori la possibilité d'une telle description, constitua naturellement un objet d'analyse.

C'est ainsi qu'apparurent diverses objections concernant la démonstration de von Neumann [3, 13-16, 4-5 et 8]. Mais, à des degrés différents, toutes ces démonstrations — à la seule exception de celle de M. de Broglie — sont exprimées sous la forme d'opinions plutôt que de démonstrations. Quant à leur contenu, bien que toutes les objections mentionnées s'accordent dans la conclusion que l'impossibilité de l'existence de paramètres cachés associés aux microphénomènes ne résulte pas du raisonnement de von Neumann, les motifs sur lesquels cette conclusion est fondée varient en général d'un auteur à l'autre. La démonstration de von Neumann continue donc à constituer en fait un problème ouvert.

Dans cette première partie de notre thèse nous essayerons de clore le problème de la validité du raisonnement de von Neumann, en soumettant ce raisonnement, ainsi que les objections déjà faites à son sujet, à une analyse suffisamment détaillée, exhaustive et rigoureuse, pour qu'elle possède le caractère objectif d'une démonstration et non pas celui subjectif d'une opinion.

L'analyse de la structure du raisonnement de von Neumann fournira la conclusion que ce raisonnement est erroné. L'analyse des objections concernant le théorème de von Neumann faites par d'autres auteurs, nous mènera à la conclusion que les objections de Bohm [3] Weitzel [13] et Feyerabend [15] ne sont pas justifiées, que celles de Fenyès [14] et Bocchieri et Loinger [16] ne constituent pas une démonstration proprement dite de la non-validité du théorème de von Neumann, et que l'objection de M. de Broglie n'exclut pas l'intérêt spécifique de la nôtre.

La nécessité de créer une structure logique par rapport à laquelle la démonstration et les analyses mentionnées puissent être exprimées avec rigueur, nous a amené à formuler d'une façon explicite et systématique les relations qui existent entre les propriétés formelles d'une théorie statistique, son caractère complet, le caractère causal du comportement des systèmes décrits par cette théorie, et l'existence de paramètres cachés associés au comportement de ces systèmes. Rapportés à cette structure de référence — tandis que se précisent la position et les caractéristiques de la démonstration de von Neumann et des objections qu'elle a soulevées — les différents aspects du problème général des «paramètres cachés» acquièrent eux aussi une définition explicite.

Ces résultats établissent que l'unique obstacle qui s'oppose à priori à une conception causale des microphénomènes ne possède qu'une existence factice, et en même temps ils spécifient la configuration du terrain logique sur lequel s'accomplit actuellement l'édification d'une théorie causale des microphénomènes.

2 — LA DÉMONSTRATION DE VON NEUMANN (*)

Pour des raisons de clarté nous commençons par rappeler les définitions des termes, le problème que d.N. concerne, et la façon dont, en essence, cette démonstration se développe.

(*) L'expression «la démonstration de von Neumann» sera indiquée dorénavant par la notation abrégée d.N.

2.a — Définitions préliminaires

Considérons un ensemble statistique $(S_1, S_2 \dots S_N)$ de N exemplaires d'un même système S . Indiquons par $\mathcal{R}^*$ l'une quelconque des quantités physiques mesurables qui caractérisent S . Soit $\text{Exp}(\mathcal{R})$ une fonction associée à l'ensemble $(S_1, S_2 \dots S_N)$, qui est soumise à deux conditions très générales A' et B' [imposées par le sens de valeur moyenne attribuée à $\text{Exp}(\mathcal{R})$], qui est définie pour toute $\mathcal{R}$, dont les valeurs sont des nombres réels, et qui caractérise complètement l'ensemble $(S_1, S_2 \dots S_N)$ du point de vue statistique.

A l'aide de la fonction $\text{Exp}(\mathcal{R})$ on peut définir pour l'ensemble $(S_1, S_2 \dots S_N)$ qui lui correspond les deux propriétés suivantes :

(α) L'ensemble statistique $(S_1, S_2 \dots S_N)$ est sans dispersion si pour tout $\mathcal{R}$

$$\text{Exp}(\mathcal{R}^2) = [\text{Exp}(\mathcal{R})]^2$$

(β) L'ensemble statistique $(S_1, S_2 \dots S_N)$ est homogène (ou pur, ou indécomposable en deux autres ensembles qui diffèrent de lui et entre eux) si le fait que pour toute $\mathcal{R}$

$$\text{Exp}(\mathcal{R}) = c' \text{Exp}'(\mathcal{R}) + c'' \text{Exp}''(\mathcal{R})$$

— où c' et c'' sont des constantes, et $c' > 0$, $c'' > 0$, $c' + c'' = 1$ — implique le fait que

$$\text{Exp}(\mathcal{R}) \equiv \text{Exp}'(\mathcal{R}) \equiv \text{Exp}''(\mathcal{R}).$$

Tout ensemble sans dispersion est évidemment homogène. Mais le problème demeure ouvert, de savoir si tout ensemble homogène est ou non sans dispersion.

2.b — Position du problème

Utilisant la propriété définie par (α), le problème de la compatibilité d'une théorie statistique T concernant des systèmes quelconques donnés, avec une conception causale du comportement de ces systèmes, est conçu par von Neumann de la façon suivante (**):

(*) Dans ce paragraphe, afin de faciliter la comparaison avec le texte de von Neumann, nous utilisons les mêmes notations que celles utilisées par lui en [1], avec les significations qu'il leur attribue respectivement.

(**) Ce qui suit reproduit strictement (à la forme d'expression près) la manière dont von Neumann pose le problème auquel sa démonstration se rapporte ([1] pp. 209 et 210, 302-305, 323 et 324). Comme nous trouvons des déficiences de précision dans cette manière de poser le problème nous entreprendrons de la clarifier (§ 3) avant d'analyser d.N.

Pour qu'on puisse attribuer un caractère causal au comportement des systèmes décrits par T, il est nécessaire que tout ensemble statistique défini en T soit décomposable en sous-ensemble sans dispersion différents de l'ensemble initial et l'un de l'autre (c'est-à-dire représentable par une superposition de tels ensembles(*)). On pourrait en principe construire ces sous-ensembles en tenant compte de paramètres supplémentaires et en réalisant un classement des systèmes de l'ensemble initial selon les valeurs de ces paramètres. Si T satisfait à la condition énoncée, la dispersion d'un ensemble de T est due au fait qu'afin de construire cet ensemble on a tenu compte d'une quantité d'information inférieure à celle dont il aurait été possible de faire usage.

Mais si T contient des ensembles avec dispersion qui ne sont pas décomposables en sous-ensembles sans dispersion, le comportement des systèmes décrits par T possède un caractère non-causal, car en ce cas l'existence de la dispersion ne peut plus être attribuée à la non-utilisation d'information dont il aurait été possible de faire usage.

Mais avant d'accepter définitivement cette interprétation de la non-décomposabilité d'ensembles de T avec dispersion, il faut avoir examiné d'abord le problème des paramètres cachés : si une théorie statistique fait intervenir des ensembles avec dispersion, sans que soient connus des paramètres supplémentaires à l'aide desquels on puisse effectuer une décomposition en sous-ensemble sans dispersion, il demeure néanmoins possible a priori que de tels paramètres existent quand même, mais qu'ils soient « cachés ». Il n'est donc permis de conclure que les systèmes décrits par une théorie statistique donnée ont un comportement non-causal qu'après avoir éliminé rigoureusement la possibilité de l'existence de paramètres cachés (**).

Ce qui précède concerne le cas abstrait d'une théorie statistique quelconque. Pour décider du caractère causal des microphénomènes, il reste à établir la position de la théorie quantique (***) relativement au problème énoncé plus haut. C'est en cela que consiste le but de d.N.

(*) En effet, il ne s'agit pas ici d'une décomposabilité opérationnelle, mais seulement abstraite ([1], pp. 305 et 306). Von Neumann pose le problème et construit sa démonstration tout en considérant comme établi dès l'abord que dans le cas des ensembles homogènes quantiques, il est impossible de définir un procédé de décomposition physique en sous-ensembles sans dispersion ([1] pp. 302-305).

(**) Voir note (**) p. 3.

(***) L'expression « la théorie quantique » sera indiquée dorénavant par la notation t.q.

2.c — La démonstration proprement-dire

d.N. peut-être considérée comme consistant en trois étapes, que nous indiquerons dans ce qui suit par les notations ε_1 , ε_2 , ε_3 .

2.c.1 — L'ÉTAPE, ε_1 DE d.N.

L'étape ε_1 de d.N. est consacrée à l'explicitation de deux propriétés des ensembles quantiques. Cette étape se développe en essence de la façon suivante :

En admettant les propositions A, B, (α), (β), et deux postulats — I et II(*) — spécifique de la théorie quantique, pour tout ensemble quantique ϕ il est possible, à l'aide du projecteur $P[\phi]$, de construire un «opérateur statistique» hermitien U, dont les éléments de matrice, exprimés par rapport à un système orthornormé complet d'états de base $\phi_1, \phi_2, \dots$, sont

$$\mu_{mn} = (U\phi_n, \phi_m)$$

Entre la fonction $\text{Exp}(\mathcal{R})$ associée à l'ensemble ϕ et l'opérateur statistique U de cet ensemble, est toujours réalisée la relation

$$(\text{Tr.}) \text{Exp}(\mathcal{R}) = \sum_{m,n} \mu_{mn} a_{mn} = \text{Tr.}(U.R)$$

où R est l'opérateur qui correspond à la grandeur physique $\mathcal{R}$, a_{mn} sont les éléments de matrice de cet opérateur dans la représentation choisie, et U est indépendant de R. (Ainsi l'opérateur U, comme la fonction $\text{Exp.}(\mathcal{R})$, caractérise l'ensemble ϕ du point de vue statistique, ce qui justifie son nom).

Si l'on porte la forme (Tr.) de $\text{Exp.}(\mathcal{R})$ dans la condition (α) de non-dispersion, il résulte qu'il n'existe aucun opérateur U qui soit compatible avec cette condition.

Donc :

($\varepsilon_1 \cdot 1$) Il n'existe pas d'ensemble sans dispersion.

En admettant ensuite qu'un ensemble dont l'opérateur statistique est U satisfait à la condition (β) d'homogénéité (portant dans β la forme (Tr.) de $\text{Exp}(\mathcal{R})$), il résulte qu'en ce cas U est un projecteur $P_{[\phi]} (\|\phi\| = 1)$.

Donc :

($\varepsilon_1 \cdot 2$) Il existe des ensembles homogènes, à savoir ceux et uniquement ceux pour lesquels $U = P_{[\phi]} (\|\phi\| = 1)$. Ces ensembles eux non plus ne sont pas exempts de dispersion, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$)

(*) Voir note (*) p. 3.

2.c.1 — L'ÉTAPE ε_2 DE d.N.

L'étape de d.N. que nous désignons par ε_2 ([1] p. 323, §.3) consiste dans l'assertion de von Neumann que, du fait que tous les ensembles ont dispersion, même ceux qui sont homogènes, il résulte que le comportement des microsystemes possède un caractère non-causal.

Du fait que dans le paragraphe suivant ([1] p. 323, §. 4, p. 324) — en passant à l'étape de d.N. que nous désignons par ε_3 — von Neumann dit que la possibilité d'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystemes reste encore à examiner, il résulte que la conclusion affirmée en ε_2 est considérée par lui comme étant valable *seulement dans l'hypothèse provisoire qu'il n'existerait pas des paramètres cachés associés au comportement des microsystemes*.

2.c.3 — L'ÉTAPE ε_3 DE d.N.

Dans l'étape ε_3 ([1] p. 324 §. 4, p. 324) l'on conclut qu'il n'est pas possible d'admettre l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystemes. Cette conclusion est établie par le raisonnement suivant.

S'il existait des paramètres cachés associés au comportement des microsystemes, un ensemble homogène ($U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$) (*) pourrait être décomposé en sous-ensembles sans dispersion en classant les microsystemes dont il est constitué selon les valeurs de ces paramètres, dont il pourrait aussi être décomposé en deux sous-ensembles sans dispersion différents de l'ensemble initial et entre eux ([1], p. 324, ast. 173). Or, en premier lieu, ceci serait en contradiction avec la définition (β) d'un ensemble homogène, et, en second lieu, les ensembles sans dispersion que l'on obtiendrait n'existent pas, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$). Il s'ensuit que l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystemes ne peut pas être admise. L'hypothèse admise provisoirement en ε_2 est donc vérifiée, et, par conséquent, le comportement des microsystemes possède effectivement un caractère non-causal.

Ainsi l'acceptation de *t.q.* conduit nécessairement à la conclusion que les systèmes de dimensions atomiques ne se comportent pas d'une façon causale.

Telle est d.N.

(*) Cette parenthèse montre qu'est envisagé un ensemble *quantique*.

3 --- SUR LES RELATIONS QUI EXISTENT ENTRE CERTAINES PROPRIÉTÉS FORMELLES D'UNE THÉORIE STATISTIQUE, SON CARACTÈRE COMPLET, LE CARACTÈRE CAUSAL DES SYSTÈMES QU'ELLE DÉCRIT, ET DES PARAMÈTRES CACHÉS.

Le rappel de d.N. fait dans le paragraphe précédent montre déjà clairement qu'une théorie statistique concernant des systèmes S étant donnée, il existe une relation entre le caractère causal ou non-causal du comportement des systèmes S et la décomposabilité ou la non-décomposabilité en sous-ensembles sans dispersion, des ensembles de T avec dispersion. Bien que les traits essentiels de cette relation soient bien connus, il nous semble nécessaire, avant d'aborder l'analyse de d.N., de les énoncer d'une façon plus systématique et plus détaillée que ne l'a fait von Neumann dans son ouvrage, et sous une forme particulièrement adaptée à l'analyse que nous avons en vue.

Il est évident que l'on peut formuler le critère de *structure formelle causale* de T suivant, que nous indiquerons par la notation $(C \text{ s } c)$:

$(C \text{ s } c)$ T contient un équivalent descriptif du caractère causal du comportement des systèmes S (en admettant que celui-ci existe) seulement si tout ensemble de T avec dispersion est décomposable en ensembles sans dispersion *qui sont eux aussi définis à l'intérieur de T* (donc compatibles avec le système de postulats de T).

Si la théorie T ne satisfait pas au critère $(C \text{ s } c)$ nous dirons d'elle qu'elle possède une structure formelle susceptible d'être rendue causale, si elle satisfait au critère suivant, que nous indiquerons par la notation $(C \text{ s } \rightarrow c)$.

$(C \text{ s } \rightarrow c)$ T a une structure formelle susceptible d'être rendue causale si, en prenant en considération — à part les paramètres qui décrivent en T le comportement des systèmes S — d'éventuels paramètres supplémentaires (*), il est possible, *sans rien altérer dans le système de postulats de T* , de construire une autre théorie T' des systèmes S , logiquement cohérente, et qui satisfasse à $(C \text{ s } c)$.

Le système de postulats de la théorie T' envisagée en $(C \text{ s } \rightarrow c)$ est par définition identique à celui de la théorie T considérée initialement. Nous

(*) Aucune supposition n'est impliquée ici concernant l'existence effective de tels paramètres.

pensons donc qu'on peut dire, sans que l'affirmation ait un sens trop confus, que la capacité logique de description de T n'est pas modifiée par le passage à T' , mais qu'elle est seulement utilisée d'une façon plus exhaustive, puisqu'en T' , dans le même cadre logique qu'en T , l'on adjoint aux relations contenues en T les relations nouvelles exprimables à l'aide des paramètres supplémentaires de T' , qui en T n'existent pas. En ce sens, T' est développée à l'intérieur de T . Pour exprimer ceci, nous nommerons T' par la suite un *développement interne causal* de T (*).

Si T ne satisfait ni à (Csc) ni à $(Cs \rightarrow c)$ cela permet de conclure seulement qu'à l'intérieur de T ne sont pas contenues (respectivement, ne *peuvent* pas être contenues, introduites d'une façon logiquement cohérente) toutes les ressources descriptives qui sont nécessaires pour construire une représentation d'un caractère causal éventuel du comportement des systèmes S ; que les éléments descriptifs nécessaires pour la construction d'une telle représentation ne sont pas tous définis (respectivement, définissables d'une façon qui n'engendre pas de contradictions) à l'intérieur du cadre logique de T , que T ne possède pas la capacité logique de fournir une telle représentation. Mais ce fait ne fournit aucun indice concernant la corrélation possible de cette incapacité de T avec un caractère non-causal du comportement des systèmes S . En effet, une fois une telle incapacité de T établie par l'application de (Csc) et $(Cs \rightarrow c)$, la possibilité que les propriétés formelles de T qui la déterminent soient — partiellement ou intégralement — le correspondant en T d'un caractère non-causal du comportement des systèmes S , reste ouverte tout aussi bien que la possibilité contraire, à savoir que ces propriétés formelles de T n'aient pas comme correspondant un caractère non-causal du comportement physique des systèmes S :

Les critères (Ssc) et $(Cs \rightarrow c)$ n'ont aucune portée sur le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes S , ils expriment des caractéristiques intrinsèques à la structure formelle de T , ils caractérisent T du point de vue de la syntaxe logique pure.

Pour obtenir des conclusions concernant le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes S il est donc nécessaire d'utiliser en plus une propriété convenable d'ordre sémantique, caractérisant la relation entre la structure formelle de la théorie T et la réalité physique que celle-ci décrit. Une propriété convenable de ce type est celle de « caractère complet de T », et on sait en quoi elle consiste : soient $p_{S,i}^T$ ($1 \leq i \leq n$) les n paramètres à l'aide desquels on décrit dans T les états d'un système S . Par définition,

(*) La définition d'un développement interne causal de T sera précisée p. 11.

T est une théorie statistique complète des systèmes S si la réalité constituée par un système S et par les systèmes pouvant interagir avec S ne contient pas des éléments qui permettent de définir des paramètres associés au comportement de S, autres que les n paramètres $p_{S,i}^T$ et indépendants de ceux-ci, à l'aide desquels on puisse décrire les états de S avec plus de détail que dans T. Si, au contraire, la réalité physique constituée par un système S et les systèmes pouvant interagir avec S contient des éléments descriptibles à l'aide de k paramètres $p_{S,j}$ ($1 \leq j \leq k$) différents des n paramètres $p_{S,i}^T$, et indépendants d'eux, à l'aide desquels il est possible d'obtenir une description du comportement de S plus détaillée que celle réalisée en T, alors T est, par définition, une théorie statistique incomplète de S.

Avant de continuer, précisions ici deux points :

En premier lieu, il apparaîtra plus loin que le critère selon lequel on décide s'il est ou non dépourvu de sens objectif d'admettre que le correspondant physique de l'un quelconque des k paramètres $p_{S,j}$, existe, n'intervient d'aucune façon dans l'invalidation de d.N. Ceci nous permet d'ignorer ce problème pour l'instant. Il sera examiné en détail dans la seconde partie de cette thèse.

En second lieu : Les k paramètres $p_{S,j}$ peuvent être conçus soit comme des grandeurs associées à S qui ne sont pas prises en considération en T (comme ce fut, par exemple, le cas du spin, à l'aide duquel on construisit un développement interne (non causal) (*) de $t.q.$), et alors k n'assume qu'un nombre fini de valeurs entières, soit comme des valeurs non définies en T prises par des grandeurs de S déjà définies en T (comme, par exemple, les valeurs calculées dans la théorie de la double solution [4] pour la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ d'un microsystème S dans l'état ψ d'avant la mesure quantique de $\mathbf{p}$ de S), et alors k et l'indice j qui lui correspond peuvent varier dans un domaine constitué par un ensemble de nombres de la puissance du continu. Dans ce dernier cas, puisque T et T' sont des théories statistiques, l'appartenance des $p_{S,j}$ à T' mais non à T s'exprime sur le plan statistique par l'existence en T' de distributions inexistantes en T, pour les grandeurs auxquelles les valeurs $p_{S,j}$ sont associées.

En tenant compte à la fois des critères (Csc) et ($Cs \rightarrow c$) et des propriétés possibles de T d'être complète ou incomplète, l'on peut énoncer les conclusions suivantes concernant un éventuel caractère causal du comportement des systèmes S :

I — Admettons que T satisfait à (Csc). Il est alors évident qu'on doit considérer que le comportement des systèmes S possède un caractère causal.

(*) Voir p. 11. la définition du terme.

T est en ce cas complète (à priori un système ne peut pas être décrit plus complètement qu'il l'est par une théorie qui satisfait à (Csc).

II — Admettons maintenant que T ne satisfait pas au critère (Csc). Examinons alors séparément les différents cas possibles :

II-1 — T est incomplète. Ceci implique qu'il est possible de construire au moins une théorie statistique T' différente de T, qui décrive les mêmes systèmes S que T, mais qui soit complète, donc dans laquelle il soit fait usage d'un ensemble de l paramètres $p_{S,i}^{T'}$ ($1 \leq i \leq l$) représentant exhaustivement la réalité physique constituée par un système S et les systèmes pouvant interagir avec S. Nommons cette théorie T' *une correspondante complète de T*.

Faisons ici la remarque suivante : il est évident qu'il existera en T' des éléments descriptifs — paramètres et distributions — qui n'existent pas en T, et qui seront donc « cachés » *par rapport à la théorie T*. Mais cette manière d'avoir un caractère caché ne tient évidemment qu'au rapport formel entre les deux théories T et T' , étant par ceci du domaine de la syntaxe logique pure, et appartenant à la même famille de notions que les critères (Csc) et $(Cs \rightarrow C)$: *Elle n'implique absolument rien en ce qui concerne les aspects de la réalité physique représentés par les éléments descriptifs de T' qui par rapport à T sont cachés*. Or, lorsqu'on dit de certains éléments descriptifs — paramètres et distributions — d'une théorie statistique qu'ils sont « cachés », on attribue très souvent à cette expression le sens que les aspects de la réalité que ces éléments décrivent ne peuvent pas être définis expérimentalement, opérationnellement, et que, par conséquent, ces aspects de la réalité physique sont dépourvus d'existence objective. Mais en ce second sens le caractère caché n'appartient plus, en fait, aux éléments descriptifs eux-mêmes et à ceux-ci exclusivement, il est cette fois intrinsèque aux aspects de la réalité physique que ces éléments descriptifs représentent, et de ce fait il relève d'un ordre de faits essentiellement différent de celui de la syntaxe logique pure. En dépit de cette si profonde différence de nature, presque une opposition, entre les deux sens de l'expression « caractère caché », on a tendance à considérer ce qui n'est qu'une homonymie, comme une véritable identité, et à confondre les deux sens. Afin d'éviter cette confusion, nous distinguerons toujours en ce qui suit entre « caractère caché par rapport à une théorie T donné, d'éléments descriptifs d'une théorie T' » et « caractère caché d'aspects de la réalité physique ».

Revenons maintenant à notre idée principale : l'hypothèse que T n'est pas complète implique donc la possibilité de construire au moins une théorie complète T' des systèmes S.

Aucune restriction n'est imposée au système de postulats de T' . En général ce système n'est pas identique à celui de T , bien qu'il soit évidemment nécessaire d'admettre que tout résultat qui peut être établi en T doit pouvoir l'être en principe en T' aussi. Dans le cas particulier où le système de postulats de T' est identique à celui de T , nous dirons des éléments descriptifs de S — paramètres et distributions — qui interviennent en T' sans exister en T , qu'ils sont *de type* T (compatibles logiquement avec le système de postulats de T). En ce cas nous nommerons la théorie T' *un développement interne de* T . Si T' satisfait en plus à (Csc) elle est *un développement interne causal de* T , dans le cas contraire elle est *un développement interne non-causal de* T . (Le critère $(Cs \rightarrow c)$ consiste donc dans le fond à exiger la possibilité de construction d'un développement interne causal de T).

Qu'elle soit ou non un développement interne de T , T' peut se trouver dans les deux cas suivants :

II-1.1 — T' satisfait à (Csc). T' nous ramène alors au cas I, et on doit donc considérer que le comportement des systèmes S a un caractère causal. En ce cas T' peut encore être nommée une *interprétation causale de* T . Le fait que T ne satisfait pas à (Csc) doit alors évidemment être attribué exclusivement au caractère incomplet de T , et considéré comme dépourvu de tout correspondant dans le comportement physique des systèmes S , puisque la non-satisfaction à (Csc) a pu être levée intégralement par la construction d'un correspondant complet T' de T . (Toutes les théories statistiques classiques appartiennent soit à la catégorie I, soit à la catégorie II-1.1 car on y admet *par postulat* que les systèmes décrits se comportent de façon causale).

Si T possède une structure formelle qui satisfait à $(Cs \rightarrow c)$, il se peut que la théorie T' considérée plus haut soit un développement interne causal de T . Le fait s'il en est effectivement ainsi ou non est décidé, conformément aux définitions que nous avons introduites, par la compatibilité logique du système de postulats de T , avec les paramètres cachés par rapport à T introduits en T' et les autres éléments descriptifs de T' cachés par rapport à T que ces paramètres engendrent. A priori, même si T satisfait au critère $(Cs \rightarrow c)$, il est parfaitement possible que pour des raisons soit arbitraires, soit imposées par la réalité physique décrite par T et T' , le choix des paramètres cachés par rapport à T introduits en T' soit tel que T' ne soit pas un développement interne (causal) de T .

II-1.2 — La théorie T' considérée ne satisfait pas à (Csc). Ce fait, associé au caractère complet de T' , exprime l'existence d'un caractère non-causal du comportement des systèmes S . En ce cas la structure non-causale de T ne provient plus exclusivement du caractère incomplet de T , mais elle a aussi

des sources dans le comportement physique des systèmes S . Évidemment, dans un tel cas une description correcte des systèmes S satisfaisant à (Csc) n'est pas concevable.

Ajoutons qu'en ce cas encore T' peut être ou non un développement interne (non-causal) de T , ceci étant décidé par les mêmes circonstances que celles mentionnées au point II-1.1.

II-2 — T est complète. Cela signifie, comme au point II-1.2, que le comportement des systèmes S a un caractère non-causal et donc qu'une structure formelle non-causale est une caractéristique essentielle de toute théorie qui décrit les systèmes S correctement. Mais en ce cas, contrairement à ce qui se passait au point II-1.2, la structure non-causale de T ne provient plus partiellement du caractère incomplet de T , elle constitue *intégralement* l'expression formelle en T d'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes S .

La discussion précédente met en évidence le fait que la non-satisfaction de (Csc) par une théorie statistique T peut exprimer tout aussi bien un caractère incomplet de T qu'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes décrits par T . Pour rendre l'expression plus uniforme considérons que dans les cas I et II-2 il existe aussi une correspondante complète T' de T , qui se trouve avec T dans la relation limite $T' \equiv T$. On peut alors conclure de l'examen des cas I, II-1.1, II-1.2 et II-2 que la construction d'une correspondante complète T' de T permet de séparer et d'éliminer la partie des raisons pour lesquelles T ne satisfait pas à (Csc) qui consiste dans un caractère incomplet de T . Car si la correspondante complète T' ne satisfait pas non plus à (Csc), ceci constitue l'expression formelle d'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes décrits par T et T' . Mais si T' satisfait à (Csc), il résulte que la non-satisfaction de (Csc) par T est due exclusivement à un caractère incomplet de T , par conséquent, que le comportement physique des systèmes S décrits par T et T' possède un caractère causal. L'on obtient ainsi un *critère de comportement causal des systèmes S* (Ccc) :

(Ccc) Le fait que toute correspondante complète T' d'une théorie statistique T satisfait au critère (Csc) constitue l'expression sur le plan formel de l'existence d'un caractère causal du comportement physique des systèmes décrits par T et T' .

En principe, le critère (Ccc) offre un procédé qui permet de trancher la question du caractère causal du comportement physique des systèmes décrits par une théorie statistique T . Mais il est évident que ce critère est très difficile à utiliser dans la pratique.

Une première manière de l'utiliser, très laborieuse, consiste à construire effectivement une correspondante de T qui satisfasse à (Csc), donc complète. Pour le cas particulier où la théorie statistique considérée est *t.q.*, ceci fut tenté d'abord (1926) par M. de Broglie [2]. En 1952 M. Bohm reprit, en essence, la tentative mentionnée, qui depuis lors se développa constamment [4-12, etc.] et actuellement s'impose de plus en plus. D'autre part M. Weitzel [13] et M. Ianossi [17] firent des tentatives dont le contenu est essentiellement différent de celui des tentatives mentionnées plus haut, mais qui par rapport à (Ccc) se situent néanmoins dans la même catégorie logique.

Un autre façon possible de faire usage de (Ccc) consisterait à démontrer qu'il est en principe possible de construire une correspondante complète de T qui satisfasse à (Csc).

Enfin, on peut tenter aussi de démontrer qu'il est impossible de construire une correspondante complète de T qui satisfasse à (Csc). C'est dans cette tentative, appliquée au cas de *t.q.*, que consiste d.N.

Ainsi se trouve rigoureusement définie la position qu'occupe d.N. dans le cadre général du problème du caractère causal du comportement des microsystemes.

En même temps, la structure logique de ce problème général lui-même, — bien qu'elle soit déjà bien connue pour avoir été analysée amplement et finement par divers auteurs, notamment par M. Jean-Louis Destouches [18, 19] et par M^{me} Paulette Février [20-22] — se trouve néanmoins exprimée, à l'aide des notions introduites dans ce paragraphe, sous une forme particulièrement appropriée pour tenir le rôle d'un système de référence au cours des analyses qui suivent.

4 — ANALYSE DE d.N.

Analysons maintenant d.N. A cette fin examinons d'abord successivement les étapes ε_1 , ε_2 et ε_3 de d.N., définies au paragraphe 2. Ceci nous permettra ensuite de formuler sur d.N. une conclusion d'ensemble.

4.a — L'étape ε_1 de d.N.

L'énoncé $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ n'exprime pas rigoureusement (intégralement) le sens qui est imparti à cet énoncé par la manière dont on l'a établi. En effet, on obtient $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ en portant dans (α) la forme $(Tr.)$ de la fonction $\text{Exp}(\mathcal{R})$. Or, la forme $(Tr.)$ de $\text{Exp}(\mathcal{R})$ est caractéristique des ensembles quantiques, ou, plus généralement, des ensembles de type quantique, car, pour l'établir,

on a fait usage des postulats I et II spécifiques de *t.q.* Donc l'énoncé qui correspond strictement au sens qu'impartit à la conclusion $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ le raisonnement duquel celle-ci résulte, est le suivant :

$(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ Il n'existe pas d'ensemble de type quantique sans dispersion.

Dans le fond $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ n'est qu'une manière d'exprimer que *t.q.* ne satisfait pas au critère $(Cs \rightarrow c)$.

L'énoncé $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ lui non plus, n'exprime pas avec exactitude le sens qui dérive pour cet énoncé de sa déduction. En effet, von Neumann obtient $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ en admettant qu'un ensemble d'opérateur statistique U (donc un ensemble quantique ou de type quantique) satisfait à la condition d'homogénéité (β) ; mais pour exprimer ceci il introduit dans (β) la forme $(Tr.)$ de $Exp(\mathcal{R})$ pour *tous les* *Exp.* (pas seulement pour *Exp.*, mais aussi pour *Exp'* et *Exp''*). La forme $(Tr.)$ de $Exp(\mathcal{R})$ étant, comme nous l'avons mis en évidence, caractéristique des ensembles de type quantique, cela signifie que von Neumann ne prend en considération que le cas spécial de décomposabilité d'un ensemble de type quantique en deux autres ensembles *eux aussi de type quantique*. Donc l'énoncé qui exprime rigoureusement le sens imprimé à la conclusion $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ par les opérations qui conduisent à cette conclusion, est le suivant :

$(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ Il existe des ensembles quantiques — à savoir ceux et uniquement ceux pour lesquels $U = P_{[\phi]}$, $\|\phi\| = 1$ — qui ne sont pas décomposables en deux autres ensembles *de type quantique* différents de l'ensemble initial et entre eux. Ces ensembles ne sont pas exempts de dispersion eux non plus, conformément à $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$.

En relativisant le terme « homogène » défini par (β) , les ensembles quantiques pour lesquels $U = P_{[\phi]}$, $\|\phi\| = 1$ peuvent être qualifiés d'« *homogènes par rapport aux ensembles de type quantique* ». De toute façon, dans l'étape ε_1 de d.N., *seule* la propriété énoncée par $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ se trouve en fait démontrée pour les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}$, $\|\phi\| = 1$. Il n'est *pas* démontré en ε_1 , que ces ensembles remplissent la condition (β) d'homogénéité dans toute sa généralité. Par conséquent le fait que von Neumann nomme néanmoins ces ensembles « homogènes », sans utiliser aucun qualificatif restrictif, équivaut à l'adoption implicite d'une nouvelle définition de l'homogénéité d'un ensemble statistique, restreinte par rapport à (β) , et précisément de façon à rendre le terme « homogène » synonyme de « non-décomposable en ensembles de type quantique ». Avec une telle nouvelle définition, la seconde conclusion de ε_1 peut en effet être exprimée

rigoureusement par l'énoncé $(\varepsilon_1 \cdot 2)$, mais, en ce cas encore, son sens serait celui exprimé par $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$. Tandis que si l'on maintient la définition (β) de l'homogénéité, la seconde conclusion de ε_1 ne peut pas être exprimée par $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ mais seulement par $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ et les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$ ne peuvent pas être nommés homogènes tout court. Malgré cela, afin de conserver ici la terminologie de von Neumann, nous continuerons à appeler homogènes les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$, mais en gardant cependant présentes à l'esprit les remarques précédentes.

$(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ exprime directement le fait que $t.q.$ ne satisfait pas au critère $(Cs \rightarrow c)$.

Donc les énoncés exacts des deux conclusions établies par von Neumann dans l'étape ε_1 de sa démonstration ne sont pas $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ mais $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$, qui expriment tous les deux le fait que $t.q.$ possède une structure formelle qui ne peut pas être rendue causale.

4.b — L'étape ε_2 de d.N.

Cette étape est le résultat immédiat de la confrontation de (Ccc) avec les conclusions de ε_1 concernant $t.q.$ Puisque, conformément à $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ (ou à $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$) $t.q.$ ne satisfait pas au critère $(Cs \rightarrow c)$, elle ne satisfait non plus au critère (Csc) et donc — dans l'hypothèse provisoire que des paramètres cachés (par rapport à $t.q.$) associés au comportement des microsystèmes n'existent pas — les microphénomènes possèdent un caractère non-causal.

L'étape ε_2 est correcte, mais seulement — il faut souligner ce point — dans le cas où l'on considère que l'hypothèse provisoire qu'elle contient concerne *tous* les paramètres cachés par rapport à $t.q.$ concevables. S'il n'en était pas ainsi, cette hypothèse ne pourrait pas garantir la conclusion de ε_2 , que les microsystèmes se comportent d'une façon non-causale, car, dès qu'une condition restrictive quelconque est imposée aux paramètres que l'hypothèse de ε_2 concerne, ceci maintient logiquement non-éliminée la possibilité de construire une interprétation causale de $t.q.$ à l'aide de paramètres ne se soumettant pas à cette condition restrictive.

4.c — L'étape ε_3 de d.N.

L'étape ε_3 de d.N. a pour but de démontrer la vérité de l'hypothèse provisoirement admise en ε_2 .

La structure explicite de ε_3 peut être distinguée de sa structure implicite. Examinons-les donc séparément.

4.c.1 — LA STRUCTURE EXPLICITE DE L'ÉTAPE ε_3 DE d.N.

Nous montrerons maintenant que la forme explicite de l'étape ε_3 de d.N. est erronée.

Il est utile pour l'analyse qui suit de transcrire d'abord ε_3 sous une forme schématique :

ε_3 consiste en fait en deux réductions à l'absurde, que nous noterons R_1 et R_2 , de l'hypothèse provisoirement admise en ε_1 , et en un raisonnement final que nous noterons R_3 .

Les voici :

- (R_1) ($R_1 \cdot 1$) Par définition un ensemble quantique (*) homogène ($U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$) n'est pas décomposable(**) en deux ensembles différents entre eux et de l'ensemble initial ($(\beta), (\varepsilon_1 \cdot 2)$).
- ($R_1 \cdot 2$) Il existe des paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes. (Négation de l'hypothèse provisoirement admise en ε_2).
- ($R_1 \cdot 3$) Il s'ensuit de ($R_1 \cdot 2$) qu'un ensemble quantique dont $U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$ (avec dispersion) peut être décomposé(**) en ensembles sans dispersion(***), donc aussi en deux tels ensembles différents entre eux et de l'ensemble initial.
- ($R_1 \cdot 4$) La conséquence ($R_1 \cdot 3$) de ($R_1 \cdot 2$) contredit ($R_1 \cdot 1$). Donc ($R_1 \cdot 2$) ne peut pas être acceptée.
- (R_2) ($R_2 \cdot 1$) Il n'existe pas d'ensemble sans dispersion ($\varepsilon_1 \cdot 1$).
- ($R_2 \cdot 2$) $\equiv$ ($R_1 \cdot 2$) Il existe des paramètres cachés associées au comportement des microsystèmes. (Négation de l'hypothèse provisoirement admise en ε_2).
- ($R_2 \cdot 3$) Il s'ensuit de ($R_2 \cdot 2$) que par décomposition(**) d'un ensemble quantique homogène(****) l'on obtient des ensembles sans dispersion(***) .
- ($R_2 \cdot 4$) La conséquence ($R_2 \cdot 3$) de ($R_2 \cdot 2$) contredit ($R_2 \cdot 1$). Donc ($R_2 \cdot 2$) ne peut pas être acceptée.

(*) Voir note (*) p. 6.

(**) Voir note (*) p. 4.

(***) Donc en ε_3 on envisage seulement le cas spécial où la correspondante complète présumée de $t.q.$ satisfairait à (C s c).

(****) Voir commentaire de l'énoncé ($\varepsilon_1 2$)', p. 14-15.

Mais,

- (R₃) Conformément à (R₁·4) et (R₂·4), il est démontré que l'hypothèse admise provisoirement en ε_2 est vraie. La conclusion de ε_2 que le comportement des microsystèmes est non-causal se trouve donc validée.

Analysons (R·1).

(R₁·1) correspond à (ε_1 ·2). Or, nous avons établi qu'en ε_1 ce n'est pas la vérité de (ε_1 ·2) qui est démontrée, mais la vérité de (ε_1 ·2)'. Donc, pour que la vérité de la conclusion de (R₁) soit garantie il est nécessaire que la proposition (R₁·1) qui constitue une prémisse de (R₁) soit remplacée par une proposition (R₁·1)' dont le sens corresponde rigoureusement à (ε_1 ·2)' :

- (R₁·1)' Un ensemble quantique dont $U = P_{[\phi]}$, $\|\phi\| = 1$ (avec dispersion) n'est pas décomposable en deux autres ensembles de type quantique différents entre eux et de l'ensemble initial.

Or, avec (R₁·1)' (R₁) n'est plus valide.

En effet, (R₁·2) est vraie par hypothèse, et la vérité de la proposition (R₁·3) est démontrée elle aussi ([1] p. 324, ast. 173). Mais (R₁·3) ne contredit pas (R₁·1)'. Donc l'assertion (R₁·4) que (R₁·2) ne peut pas être acceptée ne résulte plus de (R₁). Par conséquent, contrairement à (R₃), la conclusion provisoire de ε_2 que le comportement des microsystèmes possède un caractère non-causal, n'est pas confirmée par (R₁).

La source de la non-contradiction entre (R₁·3) et (R₁·1)' est de façon évidente la suivante :

La décomposabilité affirmée en (R₁·3) a une sphère logique plus étendue que la décomposabilité niée en (R₁·1)'.

En effet, examinons d'abord (R₁·3).

(R₁) est la réduction à l'absurde de (R₁·2) qui est la négation de l'hypothèse admise provisoirement en ε_2 . Cette hypothèse devant concerner (pour que ε_2 soit correcte) tous les paramètres cachés (par rapport à $t.q.$) concevables, sa négation (R₁·2) doit concerner elle aussi tous les paramètres cachés (par rapport à $t.q.$) concevables. Or, il est évident que ces paramètres ne sont pas nécessairement tous de type quantique (compatibles avec le système de postulats de $t.q.$, en particulier, distribués selon les postulats quantiques de distribution) (*). Au contraire, dans le cas général, ces paramètres ne sont

(*) Voir la seconde partie de la thèse. Un exemple concret est fourni d'ailleurs par la théorie de la double solution [4], les paramètres cachés — par rapport à $t.q.$ — qui y sont définis étant de type non-quantique, distribués d'une façon non prévue par le postulat généralisé de Born.

définissables qu'à l'intérieur d'une correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$ qui n'est pas un développement interne de $t.q.$, dont le système de postulats n'est pas identique à celui de $t.q.$ Et c'est à l'intérieur de cette correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$, et non pas en $t.q.$ même, que ces paramètres peuvent engendrer — par décomposition des ensembles quantiques homogènes *par rapport aux ensembles de type quantique* ($U = P_{\{\phi\}}, \|\phi\| = 1$) — des ensembles sans dispersion de type non-quantique, et ceci seulement *si* la correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$ obtenue se trouve être en plus une interprétation causale de $t.q.$, ce qui ne lui est nullement imposé a priori par $(R_1 \cdot 2)$. (Car, en fait, $(R_1 \cdot 2)$ n'implique pas nécessairement $(R_1 \cdot 3)$, comme on l'admet en R_1 . Mais puisque $(R_1 \cdot 2)$ permet l'existence de paramètres absolument quelconques cachés par rapport à $t.q.$, elle permet aussi, en particulier, l'existence de paramètres tels que la décomposabilité $(R_1 \cdot 3)$ se réalise. $(R_1 \cdot 3)$ est donc bien une conséquence possible (bien que non nécessaire) de $(R_1 \cdot 2)$, ce qui suffit pour (R_1) , car si cette conséquence possible $(R_1 \cdot 3)$ de $(R_1 \cdot 2)$ contredisait effectivement $(R_1 \cdot 1)'$ alors $(R_1 \cdot 4)$ serait vraie. L'imprécision signalée dans cette parenthèse est donc sans importance pour la validité de d.N., le fait qui vicie (R_1) n'étant que la non-contradiction entre $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)'$). Telle est la décomposabilité affirmée en $(R_1 \cdot 3)$. Comme cette décomposabilité est l'une des conséquences possibles de l'hypothèse $(R_1 \cdot 2)$ qui concerne des paramètres *dont le type logique n'est soumis à aucune restriction*, et comme elle doit être envisagée en général à l'extérieur de $t.q.$, il est clair que la possibilité de son existence ne peut pas être éliminée par une propriété déduite exclusivement de la structure formelle de $t.q.$, qu'elle ne peut pas être incompatible avec une telle propriété. Or, $(R_1 \cdot 1)'$ est précisément une telle propriété.

En effet, examinons maintenant $(R_1 \cdot 1)'$.

La décomposabilité niée en $(R_1 \cdot 1)'$ exprime la propriété formelle possédée par la structure de la théorie des microsystèmes nommée $t.q.$, de ne pas satisfaire au critère $(C_s \rightarrow c)$. Or, cette propriété formelle n'indique absolument rien concernant l'existence ou l'inexistence d'aspects de la réalité microphysique susceptibles d'être décrits à l'aide de paramètres cachés par rapport à $t.q.$ L'unique fait effectivement affirmé par $(R_1 \cdot 1)'$ est que, si les paramètres mentionnés existent, il n'est pas possible qu'ils soient de type quantique (*).

On voit donc que la décomposabilité affirmée par $(R_1 \cdot 3)$ a en effet une sphère logique plus étendue que la décomposabilité niée par $(R_1 \cdot 1)'$. C'est là que se trouve la source de la non-contradiction entre $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)'$.

(*) Voir 4.c.2, la discussion de H_i .

Concernant la réduction à l'absurde (R_2) on peut formuler des considérations parfaitement analogues à celles que nous venons de faire concernant (R_1) :

$(R_2 \cdot 1)$ est $(\varepsilon_1 \cdot 1)$. Or, nous avons montré que ce n'est pas la vérité de $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ qui est démontrée en ε_1 , mais celle de $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$. Donc, pour que la vérité de la conclusion de (R_2) soit garantie il est obligatoire de substituer à $(R_2 \cdot 1)$ une proposition $(R_2 \cdot 1)'$ qui soit $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$. Mais avec $(R_2 \cdot 1)' \rightarrow (\varepsilon_1 \cdot 1)'$ (R_2) n'est plus valide, car $(R_2 \cdot 3)$ ne contredit pas ce $(R_2 \cdot 1)'$, et la conclusion $(R_2 \cdot 4)$ que la proposition $(R_2 \cdot 2) \rightarrow (R_1 \cdot 2)$ ne peut pas être acceptée ne résulte donc pas de (R_2) non plus. Il s'ensuit — contrairement à (R_3) — que la conclusion provisoire de ε_2 que les microsystèmes se comportent de façon non-causale n'est pas confirmée par R_2 non plus.

Mutatis mutandis, les considérations faites plus haut pour identifier la signification de la non-contradiction entre $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)'$, expriment en même temps la signification de la non-contradiction entre $(R_2 \cdot 3)$ et $(R_2 \cdot 1)'$:

Les ensembles sans dispersion que peut engendrer la décomposition (*) d'un ensemble quantique dont $U = P_{|\phi\rangle}$, $|\phi\rangle = 1$ selon les valeurs d'événements paramètres cachés par rapport à $t.q.$ associés au comportement des microsystèmes, ne doivent en général être définissables qu'à l'intérieur d'une correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$ qui n'est pas nécessairement un développement interne de $t.q.$, et l'existence de ces ensembles ne serait donc nullement en contradiction avec l'inexistence démontrée en ε_1 d'ensembles de type quantique qui soient sans dispersion.

Ainsi, quand on reconstruit rigoureusement ε_3 à l'aide des correspondantes de $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ qui sont effectivement prouvées en ε_1 , la force probante de l'étape ε_3 de d.N. se dissout, et il apparaît clairement que ε_3 , donc d.N., n'imposent en fait nullement la conclusion que le comportement des micro-systèmes possède un caractère non-causal.

4.c.2 — LA STRUCTURE IMPLICITE DE d.N.

Nous venons de conclure dans le paragraphe précédent que d.N. n'est pas valide, en conséquence du fait que l'étape ε_3 qu'elle contient n'est pas concluante.

Au moins, dans sa forme explicite.

Cette dernière restriction doit en effet être envisagée, car, s'il est possible que le caractère non-concluant(**) démontré provienne d'une erreur logique

(*) Voir note (*) p. 4.

(**) Pour abrégé, à la place de l'expression « caractère non-concluant » nous utiliserons dorénavant le mot « inconcluant ».

proprement dite, inamovible, il est également possible à priori qu'il puisse être levé par la simple prise en considération d'une assertion qui complète implicitement les prémisses explicites de d.N. Mais il est évident que si une telle assertion existe, pour qu'elle puisse effectivement lever l'inconcluance de d.N., il est nécessaire que sa vérité soit garantie de quelque façon, logiquement ou expérimentalement.

Montrons maintenant que dans le cas de d.N. il existe effectivement une prémisses supplémentaire implicite, mais qui ne lève pas l'inconcluance de d.N. démontrée au paragraphe précédent.

En effet, von Neumann exprime d'abord les conclusions de ε_1 au moyen des énoncés $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$, au lieu de les exprimer au moyen des énoncés $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$, ensuite il prolonge ces imprécisions en ε_3 , en posant comme prémisses de ses déductions $(R_1 \cdot 1)$ et $(R_2 \cdot 1)$ au lieu de $(R_1 \cdot 1)'$ et $(R_2 \cdot 1)'$, et enfin, il considère $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)$ comme incompatibles, de même que $(R_2 \cdot 3)$ et $(R_2 \cdot 1)$. La cohérence de l'ensemble que forment ces caractéristiques de d.N. met clairement en évidence le fait qu'il ne s'agit pas ici d'un simple manque de rigueur dans l'expression, mais qu'il existe une hypothèse implicitement admise au cours de toute la démonstration, et qui explique unitairement toutes ces caractéristiques. Cette hypothèse implicite, que nous noterons (H_i) , est la suivante :

$(H_i) (*)$ Des paramètres cachés par rapport à *t.q.*, de type non-quantique, associés au comportement des microsystemes, n'existent pas.

On voit tout de suite que (H_i) explique en effet unitairement toutes les caractéristiques mentionnées de d.N. : avec (H_i) , qui exclut l'existence d'ensembles de type non-quantique associés aux microsystemes ((qui par définition ne pourraient être engendrés que par des paramètres de type non-quantique) les énoncés $(\varepsilon_1 \cdot 2)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ deviennent identiques, donc les énoncés $(R_1 \cdot 1)$ et $(R_1 \cdot 1)'$ deviennent équivalents, exprimant tous les deux l'inexistence d'un développement interne de *t.q.*; quant à $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$, cet énoncé ne peut plus s'appliquer qu'à des paramètres de type quantique, et par ceci sa conséquence $(R_1 \cdot 3)$ devient l'affirmation de l'existence d'un développement interne de *t.q.* (notamment, causal) $(**)$ ce qui est en effet incompatible avec la première prémisses de (R_1) . De façon analogue, avec

(*) Feyerabend [15] considère une proposition autre que H_i comme constituant une hypothèse admise implicitement par von Neumann, mais pour des raisons exposées au paragraphe 6.d, son opinion ne peut pas être acceptée.

(**) Voir note (***) p. 16.

$(H_i), (\varepsilon_1 \cdot 1) \text{ et } (\varepsilon_1 \cdot 1)'$, donc $(R_2 \cdot 1) \text{ et } (R_2 \cdot 1)'$, deviennent équivalents et incompatibles avec $(R_2 \cdot 3)$. (Ces effets de l'acceptation de (H_i) mettent en évidence le fait certain et assez évident que *t.q.* ne satisfaisant pas au critère $(Cs \rightarrow c)$ — l'existence de paramètres cachés du type spécial quantique, et qui, en plus, permettent la construction d'un développement interne de *t.q.* qui soit causal, est incompatible avec *t.q.*)

Mais l'hypothèse (H_i) explicitée plus haut, bien qu'existante, ne permet pas de lever l'influence de ε_3 , et donc elle ne fournit pas un équivalent correct de d.N., car la vérité de (H_i) n'est imposée par rien. En effet :

En premier lieu, la vérité de (H_i) n'est imposée par aucun principe connu exprimant directement une réalité expérimentale. En particulier, elle n'est pas imposée par le principe d'incertitude : les paramètres cachés par rapport à *t.q.* et de type non-quantique, introduits par la théorie de la double solution pour représenter les valeurs de la quantité de mouvement **p** d'un microsystème dans un état ψ d'avant la mesure quantique de **p**, par exemple, ne sont nullement incompatibles avec les relations d'incertitude [4], [5]. Mais qui plus est, il résulte dans la seconde partie de cette thèse (*) que les paramètres que nous venons d'indiquer, ou bien des paramètres représentant les valeurs de la quantité de mouvement d'un microsystème dans les mêmes circonstances, mais qui seraient distribués de n'importe quelle autre manière non-quantique concevable, bien qu'ils aient la propriété *formelle* d'être cachés *par rapport à t.q.*, peuvent néanmoins décrire des aspects physiques d'un microsystème qui, eux, ne sont pas cachés *expérimentalement*, mais qui sont au contraire susceptibles d'être mis en évidence expérimentalement, d'être définis objectivement, *opérationnellement*, et ceci sans que le fait exprimé par les relations d'incertitude y fasse obstacle.

Il reste alors à voir si la vérité de (H_i) , bien qu'elle ne soit pas imposée directement par un principe exprimant une réalité expérimentale, n'est pas imposée néanmoins par quelque déduction reposant sur de tels principes. Or, ce n'est pas le cas : la vérité de (H_i) n'est pas démontrée dans les étapes ε_1 et ε_2 de d.N. et, de surcroît, il est tout de suite visible que (H_i) est d'une nature telle que sa vérité n'est même pas *démontrable à l'intérieur* du système logique dans lequel est effectuée d.N. (postulats A', B', I et II, définitions (α) et (β)) (**).

La vérité de (H_i) n'est donc garantie d'aucune façon, ce qui élimine la possibilité de lever l'influence de ε_3 et, partant, de d.N., par la prise en considération explicite de (H_i) . Il s'ensuit donc, définitivement, que la

(*) Voir la seconde partie de la thèse, §.5.

(**) Voir §.2.

conclusion de ε_3 , à savoir que $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ ne peut pas être accepté, est déduite faussement, et que d.N. est erronée.

Il faut encore remarquer ceci : (H_i) consiste précisément à affirmer partiellement la conclusion qui forme l'objet de ε_3 . Donc *l'acceptation en ε_3 de (H_i) , sans qu'elle soit imposée par l'expérience, ni préalablement démontrée, non seulement ne lève pas l'inconclurance de ε_3 , mais lui imprime en plus le caractère d'une pétition de principe.*

Cette pétition de principe, qui fut effectivement faite par von Neumann, peut être regardée comme l'expression de sa conviction méta-logique qu'une théorie de type non-quantique des microsystemes ne peut pas exister. Cette conviction focalisa l'attention de von Neumann exclusivement sur le fait que l'existence de paramètres de type quantique cachés par rapport à $t.q.$ contredit $t.q.$, et par là le rendit incapable de saisir le problème d'un comportement causal des microsystemes dans toute sa généralité. Ainsi il n'aperçut pas la circonstance que le fait même de poser le problème de l'existence de paramètres cachés par rapport à $t.q.$, associés aux microsystemes, *oblige* d'admettre à priori la possibilité de devoir transgresser le cadre logique de $t.q.$

4.d — Conclusion d'ensemble concernant d.N.

Il résulte des analyses précédentes que d.N. ne fait que mettre en évidence qu'il n'existe pas de paramètres cachés par rapport à $t.q.$ associés aux microsystemes, et qui soient de type quantique. Mais la même situation se réalise pour *toute* théorie statistique qui ne satisfait pas au critère $(Cs \rightarrow c)$ (cette non-satisfaction constitue une propriété qui indique « un caractère complet » purement formel, intrinsèque, d'une théorie), et ce fait ne contient aucune information concernant le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes décrits, de sorte qu'il n'élimine nullement la possibilité d'un caractère causal de ce comportement. (Par exemple, bien que la théorie des processus Markov ait une structure qui ne satisfait pas à $(Cs \rightarrow s)$ (*) et que par conséquent il n'existe pas de paramètres cachés (par rapport à cette théorie) de type Markov attachés aux systèmes qui subissent des processus Markov, il est néanmoins généralement accepté que ses systèmes peuvent se comporter de façon causale). Donc, *en tant que démonstration du caractère non-causal des microphénomènes*, d.N. est erronée.

(*) Fenyés [14] a mis en évidence l'existence d'une analogie formelle complète entre $t.q.$ et la théorie des processus Markov.

En ce qui concerne ce caractère, d.N., lorsqu'on l'analyse, se réduit à l'expression implicite d'un crêdo, associée, d'une manière logiquement fallacieuse, à des éléments rationnels explicites.

5. SUR LA COMPATIBILITÉ DE L'EXISTENCE DE PARAMÈTRES CACHÉS PAR RAPPORT A $t.q.$ ASSOCIÉS AUX MICROSYSTÈMES, AVEC UN CARACTÈRE CORRECT DE $t.q.$

Enfin, on pourrait encore poser le problème si d.N., bien qu'elle ne prouve pas l'impossibilité d'une théorie causale des microphénomènes, ne démontre pas néanmoins que toute théorie de ce type serait incompatible avec un caractère rigoureusement correct de $t.q.$ En effet, comme il a été montré plus haut, il découle de (R_1) et (R_2) qu'une théorie causale des microphénomènes, si elle existe, n'est sûrement pas un développement interne de $t.q.$ Or, une théorie ayant un système de postulats différent de celui de $t.q.$, ne mène-t-elle pas nécessairement à des prévisions différentes de celles de $t.q.$ (d'une façon analogue, par exemple, à celle dont les prévisions de la mécanique relativiste diffèrent des prévisions de la mécanique classique) et en ce sens n'est-elle pas incompatible avec un caractère rigoureusement correct de $t.q.$?

D'abord, nous accordant sur ce point avec Bocchieri et Loinger [16] et contrairement à l'opinion exprimée par Heisenberg [23], nous ne voyons aucune raison de principe qui exclue la possibilité d'une équivalence *stricte* entre les résultats obtenus en $t.q.$ et ceux obtenus à l'intérieur d'une autre théorie éventuelle des microphénomènes qui aurait un système de postulats différent, même si cette dernière théorie menait à des prévisions plus détaillées en conséquence d'un classement plus fin des microsystèmes en ensembles. De toute façon il n'est nullement évident qu'une telle possibilité doive être exclue, et d.N. ne contenant aucune démonstration spécifique de ce fait, il n'est pas possible de considérer que celui-ci résulte de d.N.

Et en second lieu, le problème nous paraît totalement dépourvu de portée pratique, bien qu'on lui attribue parfois de l'importance, car les prévisions de $t.q.$ ne sont pas pleinement satisfaisantes dans le domaine des hautes énergies, ni dans celui des phénomènes nucléaires. Par conséquent, comme $t.q.$ n'est pas un dogme, mais une description de la réalité, une éventuelle théorie causale des microphénomènes, pour s'imposer, devra faire des efforts spéciaux pour arriver à s'écarter de $t.q.$ quant à la représentation des domaines de réalité mentionnés.

6 — ANALYSE D'OBJECTIONS CONCERNANT d.N. FAITES PAR D'AUTRES AUTEURS

Nous allons maintenant examiner les objections les plus connues concernant d.N., qui ont été faites par d'autres auteurs, notamment les objections de D. Bohm, W. Weitzel, I. Fenyés, P.K. Feyerabend, P. Bocchieri, A. Loinger et L. de Broglie.

6.a — L'objection de D. Bohm [3]

Bohm écrit ce qui suit concernant d.N. :

« His (v. N's) conclusions are subject, however, to the criticism that in his proof he has implicitly restricted himself to an excessively narrow class of hidden parameters and in this way has excluded from consideration precisely those types of hidden parameters which have been proposed in this paper... For ex. von Neumann shows that, if we consider two uncommuting observables, p and q , it would be inconsistent with usual rules of calculating quantum-mechanical probabilities to assume that there were in the observed system a set of hidden parameters which simultaneously determined the results of measurements of position and momentum « observables ». With this conclusion we are in agreement. However, in our conception, the so-called « observables » are not properties of the observed system alone, but instead potentialities whose precise development depends just as much on the observing apparatus as on the observed system. In fact, when we measure the momentum « observable », the final result is determined by hidden parameters in the device as well as by hidden parameters in the observed system... Thus the statistical distribution to be used in calculating averages in a momentum measurement is different from that to be used in calculating averages in a position measurement. Von Neumann's proof that no single distribution of hidden parameters could be consistent with the results of quantum-mechanics is therefore irrelevant here, since in our interpretation of measurements of type that can now be carried out, the distribution of hidden parameters varies in accordance with the mutually exclusive experimental arrangements of matter that must be used in making different kinds of measurements ».

Comme il résulte des chapitres précédents, nous nous accordons avec Bohm pour considérer que von Neumann restreint implicitement sa démonstration à une catégorie particulière de paramètres cachés par rapport à

t.q., et que par ceci il n'exclut pas correctement la possibilité d'existence d'une théorie causale des microphénomènes (comme, par exemple, la théorie esquissée par Bohm).

Mais on voit, dans le passage cité, que Bohm n'identifie pas correctement la catégorie de paramètres dont d.N. démontre effectivement l'incompatibilité avec *t.q.*, donc ni la catégorie complémentaire à celle-ci, dont d.N. ne démontre pas en fait l'incompatibilité avec *t.q.* En effet, nous avons mis en évidence dans le chapitre 4, §4.c.2 que l'*unique* condition, *nécessaire et suffisante*, qui doit être imposée aux paramètres cachés par rapport à *t.q.* auxquels l'affirmation $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ se rapporte, pour qu'il y ait effectivement contradiction entre cette affirmation et les prémisses $(R_1 \cdot 1)'$ et $(R_1 \cdot 2)'$ des réductions à l'absurde (R_1) respectivement (R_2) , et pour que, par conséquent, l'affirmation $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ de l'existence de paramètres cachés par rapport à *t.q.* soit prouvée inacceptable, est celle que les paramètres cachés par rapport à *t.q.* envisagés en $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ soient de type quantique. Inversement donc, l'existence de *tous* les paramètres concevables associés aux microsystèmes et cachés par rapport à *t.q.*, qui ne sont pas de type quantique, est permise par d.N., et ceci, que ces paramètres représentent des propriétés appartenant exclusivement aux microsystèmes, ou bien aussi aux appareils de mesure, ou bien qu'un groupe unique de tels paramètres permette ou non à la fois la prévision de tous les résultats observables par des mesures effectuées sur des microsystèmes. Donc les conditions restrictives concernant d'éventuels paramètres cachés associés aux microphénomènes, qui selon Bohm interviendraient en d.N. d'une façon décisive pour sa validité, en réalité n'y interviennent pas, et sont totalement dépourvues de portée sur la validité de d.N. : l'objection de Bohm n'est pas justifiée, dans le sens qu'elle ne réussit pas à identifier la source de la non-validité de d.N. (*)

6.b — L'objection de W. Weitzel [13]

Weitzel écrit ce qui suit concernant d.N. ([13], pp. 256-266) :

Die Meinung, dass die Quantentheorie eine kausale Interpretation nicht zulasse, stützt sich meist auf eine Untersuchung von Neumann, durch die... lediglich Folgendes bewiesen wird : mit

(*) Quant à la théorie esquissée par Bohm, elle n'est en effet pas incompatible avec d.N., mais pour la seule raison que les paramètres cachés par rapport à *t.q.* introduits par Bohm sont de type non-quantique (voir sa description [3] des processus de mesure).

der Quantentheorie steht in Widerspruch, dass die Vorgänge an einem atomaren System sich als gesetzmässig determinierte Veränderungen an verborgenen Parametern beschreiben lassen, welche Eigenschaften des Systems selbst sind. Da die verborgenen Parameter in das atomare System selbst verlegt sind, sind Parameter ausgeschlossen, welche ausserhalb des Systems liegen. Äussere Einwirkungen sind also nicht in Betracht gezogen.

« Wenn man bisher unbekannte äussere Einwirkungen in Betracht zieht, können sie verborgene Parameter enthalten, welche nicht dem atomaren System selbst zugehören. Wie Bohm gezeigt hat, braucht man nicht einmal auf unbekannte Einwirkungen zurückzugreifen, sondern verborgene Parameter können auch in der Messvorrichtung liegen. Die Meinung, dass die Quantentheorie eine kausale Interpretation nicht zulasse, ist deshalb zweifellos unbewiesen ».

Comme dans l'objection de Bohm discutée précédemment, dans cette objection encore, Weitzel ne sépare pas correctement la catégorie de paramètres cachés par rapport à $t.q.$ auxquels d.N. s'applique, de la catégorie de paramètres cachés auxquels d.N. ne s'applique pas. Dès que des paramètres quelconques cachés par rapport à $t.q.$ sont d'un type non-quantique, d.N. n'exclut pas la possibilité de construire à leur aide une description causale des microphénomènes, et ceci tout aussi bien lorsque les paramètres considérés appartiennent aux microsystèmes étudiés eux-mêmes, que lorsqu'ils sont extérieurs à ceux-ci, appartenant à des appareils de mesure, ou même, comme dans la théorie de Weitzel, à des systèmes d'une nature inconnue, qui interagiraient avec les systèmes étudiés. Donc l'objection de Weitzel, non plus, n'atteint pas d.N.

6.c — L'objection de I. Fenyès [14]

Fenyès démontre d'abord qu'il existe une analogie complète entre la structure formelle de $t.q.$ et celle de la théorie des processus Markov (et de la théorie de la diffusion). Ensuite, il remarque ([14] pp. 92 et 93) que, pour démontrer l'inexistence de paramètres cachés, von Neumann utilise exclusivement le formalisme statistique de $t.q.$, que celle-ci possède en commun avec la théorie des processus Markov (et avec la théorie de la diffusion), d'où il déduit que dans la théorie des processus Markov ne peuvent pas intervenir des paramètres qui sont cachés dans le sens implicitement restreint de von Neumann. Il pose alors le problème d'identifier les restrictions qui doivent être contenues dans la définition de von Neumann des paramètres cachés; en réponse à quoi il cite un texte de von Neumann, dont il fait ensuite le commentaire suivant :

« Nach der angeführten Auffassung wären also die verborgene Parameter zu ψ hinzukommende weitere Angaben, welche zusammen mit ψ die kausale Beschreibung des betreffenden Problems geben würden. Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass eine *solche* Definition des verborgenen Parameter sich selbst widerspricht, dass also *solche* verborgene Parameter auch in der Quantenmechanik nicht auftreten können. Da nämlich ψ das System vom statistischen Standpunkte aus charakterisiert, kann es unter keinen Umständen als kausale Zustandsgrösse betrachtet werden. Würde ein solcher Fall vorkommen, so würden wir als Umkehrung des vorigen Problems aus den Zustandsgleichungen die eine kausale Beschreibung bewerkstelligen, und durch Elimination des überflüssigen Parameter, unmittelbar die statistischen Gleichungen erhalten, was offenbar unmöglich ist. Von Neumann Beweis — wenn richtig gedeutet — besagt lediglich, dass die statistischen Zustandsgrössen nicht zugleich auch als kausale Zustandsgrössen auftreten können. »

Ainsi, contrairement à Bohm et Weitzel, Fenyès identifie correctement la restriction implicite qui intervient en d.N., et en vertu de laquelle von Neumann n'envisage que des paramètres rattachables directement au formalisme quantique.

D'autre part, le passage cité paraît indiquer en même temps que Fenyès ignore qu'il est en principe concevable — bien qu'il se trouve que ce cas ne soit pas réalisé pour *t.q.* — qu'une théorie statistique à structure formelle non-causale soit complétable de façon à acquérir une structure formelle causale, en d'autres termes, qu'elle satisfasse au critère ($C_s \rightarrow c$). Mais, pour revenir à d.N., la conclusion de Fenyès la concernant est correcte. Malgré cela, elle resta sans écho. Après la parution du mémoire de Fenyès, Weitzel a exprimé oncernant d.N. l'objection injustifiée citée dans le paragraphe précédent, et Feyerabend, bien qu'il ait tiré directement les idées qu'il exprime des remarques de Fenyès concernant d.N., a pu néanmoins manifester une vue entièrement erronée, aussi bien sur d.N. que sur le problème général des paramètres cachés, comme on le montrera plus bas. Ceci pourrait être dû au fait que, la conclusion de Fenyès n'étant pas précédée par un énoncé systématique des relations qui existent entre les divers concepts à l'aide desquels on peut poser le problème général des paramètres cachés, et n'étant pas démontrée par une analyse rigoureuse et exhaustive de la structure intérieure de d.N., mais seulement par des considérations d'un ordre plus général, en quelque sorte extérieures à d.N. elle-même, la vérité de cette conclusion n'apparaît pas comme une nécessité logique irréfutable, et la signification qu'elle possède dans le cadre du problème général des paramètres cachés reste mal définie.

6.d — L'objection de P.K. Feyerabend [15]

Feyerabend rappelle d'abord la proposition qui constitue l'objet de d.N. (toute description causale des microphénomènes est incompatible avec *t.q.*) qu'il indique par la notation D, et il reproduit intégralement le cours général de d.N. Il souligne que, contrairement à d'autres auteurs, il considère que les propositions notées par nous ($\varepsilon_1 \cdot 1$) et ($\varepsilon_1 \cdot 2$) — indiquées par lui respectivement par A et B (*) — sont établies correctement par von Neumann, et que ce qui lui paraît contestable, c'est que D résulte effectivement de A et B. Ensuite Feyerabend exprime son objection, qui est en essence la suivante

1. (**) [Les propositions A et B, desquelles von Neumann déduit D, sont vraies pour toute théorie statistique ayant quelque intérêt (par exemple la théorie des jeux de dés ou bien la théorie des gaz), pas seulement pour *t.q.* (***) Donc si D peut en effet être tirée correctement de A et B exclusivement elle doit être vraie pour toute théorie statistique pour laquelle A et B sont vraies. Or, il est évident que pour la théorie des jeux de dés, ou pour la théorie des gaz, D n'est pas vraie. Donc D ne peut pas avoir été déduite exclusivement de A et B, mais une prémisse supplémentaire est intervenue dans la déduction de D]. 2. (**) [Cette prémisse — que Feyerabend note S — consiste dans la supposition qu'une description théorique causale doit toujours mener à des ensembles sans dispersion]. 3. (**) [Mais — dit Feyerabend — S est fausse, car :

4 (**) [«... der Determinismus behauptet, dass zeitlich auseinanderhervorgehende Ereignisse eindeutig miteinander verknüpft sind (vorausgesetzt dass sie vollständig beschrieben würden), er sagt aber nichts aus über die Verteilung solcher Ereignisse zu einem bestimmten Zeitpunkt. So etwas wird niemand bezweifeln dass die vielen kleinen Beeinflussungen die ein Würfel während des Schüttelprozesses erfuhr, das Endergebnis (zusammen mit anderen Umständen) eindeutig bestimmen, obgleich daraus keinesfalls folgt, dass wir *durch schütteln* gewisse dieser Beeinflussungen nach Wunsch wiederholen und so, scharfe Gesamtheiten erzeugen können. Von Neumann glaubt dass S im klassischen Fall erfüllt ist. Er irrt hier — und sein eigener Beweis sollte ihm besser

(*) La proposition B est reproduite sous une forme modifiée, mais ceci reste sans conséquences dans les arguments subséquents de Feyerabend. Au reste, un peu plus loin il revient au sens neumannien exact de B.

(**) Notre numérotage.

(***) Cette remarque est transcrite de l'objection de Feyes [14].

lehren]. 5 (*) [Er nimmt mit recht an, dass S im Quantenmechanischen Fall nicht erfüllt ist — aber eine Betrachtung des klassischen Falles zeigt, dass dies keine Ausnahme ist, die die Quantenmechanik dem klassischen Fall gegenüber auszeichnet. Der richtige Schluss ist, dass S überall dort nicht erfüllt ist wo statistischen Annahmen auftreten und dass S mit der Existenz oder Nichtexistenz verborgener Parameter nichts zu schaffen hat. 6 (*) [Alles was aus dem neumannischen Beweis folgt, ist also dies : Verborgene Parameter, die zur genauern Beschreibung eines statistischen Vorganges eingeführt wurden, werden ebenfalls streuen »].

L'on peut faire les remarques suivantes concernant l'objection de Feyerabend :

Comme nous l'avons montré précédemment, (ε_2) , ce sont les propositions $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ qui découlent du formalisme quantique, et non pas les propositions $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$. Dans la mesure où Feyerabend attribue aux propositions A et B respectivement les sens exprimés rigoureusement par $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ nous sommes d'accord avec ses assertions de 1 [—] (**).

Mais nous cessons d'être d'accord avec les assertions 2 [—] (**), pour les motifs suivants : l'opinion qui résulte de 1 [—] (**) + 3 [—] (**) est que, en premier lieu, en ajoutant S à A et B, l'on crée un système de prémisses explicites qui suffit pour fournir correctement — d'un point de vue purement formel — la conclusion D, qui néanmoins, en second lieu, n'est pas vraie, parce que S n'est pas vraie.

Or, 2 [—] (**) ne peut pas être admis, pour deux raisons.

D'abord d.N. *ne conduit pas* à D d'une façon correcte, même d'un point de vue purement formel, quand on accepte la vérité de S. On peut s'en convaincre en examinant le chapitre 4, au cours duquel nous avons constamment et explicitement tenu compte du fait que von Neumann accepte S $(\varepsilon_2, (R_1 \cdot 3), (R_2 \cdot 3)$ etc...). Donc S ne possède pas en fait la première des deux propriétés que lui attribue Feyerabend, donc 2 [—] (**) ne peut pas être admis. Feyerabend l'admet néanmoins en conséquence de l'association de deux confusions qu'il commet, que nous discuterons tout à l'heure plus en détail, et que nous nous bornons pour l'instant à indiquer : l'une de ces confusions consiste dans le fait qu'il accorde à tort à S le sens du critère (Csc) et l'autre consiste dans son opinion, fausse également, que tout paramètre caché associé aux systèmes décrits par une théorie T doit nécessairement être introduit *en* T, c'est-à-dire, que seulement des développe-

(*) Voir note (**) p. 28.

(**) Nous indiquons ainsi la partie du raisonnement cité à laquelle nous avons assigné ce nombre.

ments internes de T peuvent éventuellement exister. Avec ces deux suppositions spécieuses l'on peut voir tout de suite que ε_3 acquiert en effet une structure formellement correcte.

La seconde raison pour laquelle on ne peut pas admettre $2[-](*)$ est que — contrairement à $3[-](*)$ — S est vraie. En effet, les arguments $4[-](*)$ de Feyerabend qui supportent $3[-](*)$ sont faux. Pour mettre ceci en évidence il suffit, un ensemble de systèmes S quelconques étant donné, de distinguer clairement entre les différentes sortes de décomposabilité en sous-ensembles sans dispersion, que l'ensemble considéré peut posséder :

I — Il se peut que l'ensemble considéré possède exclusivement une décomposabilité purement conceptuelle en sous-ensembles sans dispersion.

II — Si la décomposabilité I existe, il se peut qu'en plus il possède aussi une décomposabilité opérationnelle (physique) de principe.

III — Si les décomposabilités I et II existent il se peut enfin qu'il possède aussi une décomposabilité opérationnelle effective en sous-ensembles sans dispersion.

Il est bien connu, que dans toute théorie statistique classique T_c on admet par postulat que le comportement des systèmes décrits possède un caractère causal. Or, l'existence — qui définit le déterminisme — d'une relation biunivoque et réciproque entre deux phases successives quelconques d'une évolution d'un système décrit par T_c , est formellement équivalente à la décomposabilité conceptuelle en sous-ensembles sans dispersion, de tout ensemble de T_c (si T_c possède une structure causale ces sous-ensembles sont définis à l'intérieur de T_c , sinon, ils sont définis dans une correspondante complète de T_c qui, si T_c ne satisfait pas au critère ($Cs \rightarrow c$), n'est pas un développement interne de T_c). La décomposabilité de type I est donc *par postulat* une propriété de tous les ensembles d'une théorie statistique classique. C'est en *cela* que consiste le sens de la proposition S qui intervient en d.N., et en ce sens la vérité de S est admise unanimement et nous paraît incontestable. La proposition S concerne le comportement physique des systèmes décrits par T_c , elle exprime de quelle façon un caractère causal de ce comportement physique, dont l'existence est admise par postulat, se manifeste sur le plan formel : la proposition S est le critère (Ccc) de *comportement*, et il ne faut pas la confondre avec le critère (Csc) de *structure formelle*, qui, lui, n'est en effet pas satisfait par, pratiquement, aucune des théories statistiques classiques.

(*) Voir note (**) p. 29.

Néanmoins Feyerabend fait cette confusion, et c'est sur elle qu'il s'appuie pour nier la vérité de S , puis pour affirmer que les théories statistiques classiques ne satisfont pas à S , et puis, enfin, pour faire toutes les affirmations de 5 [—] (*), comme nous le montrerons ci-dessous.

Rappelons maintenant la position des théories statistiques classiques par rapport aux décomposabilités de type II et III.

Puisque, comme on le sait, le système des postulats d'une théorie statistique classique ne contient pas des propositions qui limitent la définibilité opérationnelle de principe de l'état d'un système décrit par T_c , il est évident que les ensembles des théories statistiques classiques possèdent aussi — avec la décomposabilité de type I — la décomposabilité opérationnelle de principe en sous-ensembles sans dispersion (là-dessus l'objection de Bocchieri et Loinger concernant les raisonnements de Feyerabend [16] nous paraît tout à fait justifiée).

La seule sorte de décomposabilité que les ensembles des théories statistiques classiques ne possèdent pas en général, est la décomposabilité opérationnelle effective. L'affirmation de Feyerabend, qu'il n'est pas possible d'obtenir des ensembles sans dispersion en jetant des dés, ne constitue qu'une illustration de ce fait.

Feyerabend paraît ignorer qu'il existe différentes sortes de décomposabilité d'un ensemble statistique, en sous-ensembles sans dispersion. Il est frappé par la non-décomposabilité opérationnelle effective des ensembles des théories statistiques classiques et il considère ce fait comme résolvant — négativement — toute la question de la décomposabilité de ces ensembles.

Pour les raisons que nous venons d'indiquer 4 [—] (*) nous paraît inacceptable et, partant, 3 [—] (*) faux.

Quant aux considérations 5 [—] (*), elles constituent dans leur totalité — comme nous l'avons dit plus haut par anticipation — une illustration du fait que Feyerabend confond le critère (Csc) de structure formelle causale d'une théorie et le critère (Ccc) de comportement physique causal de systèmes. En effet, si la proposition S avait vraiment le sens (Csc) que Feyerabend lui attribue, les assertions de 5 [—] (*) seraient correctes, car il est vrai que von Neumann admet que $t.q.$ ne satisfait pas à (Csc) (ceci — qui est d'ailleurs bien évident — est contenu dans la conclusion de ε_1). Il est vrai également que le fait que $t.q.$ ne satisfait pas à (Csc) ne distingue pas cette théorie des théories statistiques classiques (la non-satisfaction au critère (Csc) est une caractéristique de définition de toutes les théories statistiques de la catégorie II du chapitre 3, dont la sous-catégorie II-1.1 contient toutes les

(*) Voir note (**) p. 29.

théories classiques qui présentent intérêt). Finalement, il est vrai aussi que (Csc) ne fournit pas la possibilité de décider de l'existence ou de l'inexistence de paramètres cachés (cette dernière remarque est d'ailleurs équivalente à $1[-](*)$). On voit donc qu'avec le sens que Feyerabend attribue à S , $5[-](*)$ est en effet correct. Seulement, la proposition S n'a pas le sens (Csc), et par là toutes les assertions de $5[-](*)$ perdent leur signification. En effet, S étant (Ccc) il n'est évidemment plus possible d'affirmer que von Neumann suppose S vraie pour le cas de $t.q.$, puisque la démonstration de ce fait est l'objet même de son raisonnement. Il est également évident qu'il n'est pas possible non plus de dire que la position de $t.q.$ par rapport à S n'est pas différente de celle des théories statistiques classiques, car dans ces dernières théories on admet par postulat que les systèmes décrits se comportent de façon causale, tandis qu'en $t.q.$ ce problème est laissé ouvert. (De plus, dans $t.q.$ le problème d'un caractère causal du comportement des systèmes décrits est compliqué d'une façon spécifique par le fait que le principe d'incertitude est considéré comme incompatible avec une décomposabilité opérationnelle de principe, donc aussi avec une décomposabilité opérationnelle effective, ce qui pose le problème de la compatibilité entre la non-décomposabilité opérationnelle des ensembles et leur éventuelle décomposabilité conceptuelle, formellement équivalente à (Ccc))

Bref, Feyerabend confond deux ordres de faits essentiellement différents, l'un concernant des propriétés purement formelles de théories, l'autre concernant des propriétés physiques de systèmes matériels. Cette confusion vicie $5[-](*)$, qui ne peut pas être accepté.

Enfin, la conclusion $6[-](*)$ de Feyerabend entraîne que — comme von Neumann d'ailleurs — il ne tient pas compte du fait qu'une correspondante complète T' d'une théorie statistique T n'est pas nécessairement un développement interne de T . Partant, il ne tient pas compte non plus du fait que les paramètres cachés par rapport à T à l'aide desquels T' est construite n'ont pas nécessairement une dispersion eux aussi, mais que, au contraire, il est possible que T' satisfasse à (Csc) même si T ne satisfait pas à $(Cs \rightarrow c)$. Donc $6[-](*)$ non plus ne peut pas être accepté.

Concluons :

Feyerabend fait en $1[-](*)$ la remarque — vraie, et fondamentale pour l'invalidation de d.N. — que les propositions $A ((\epsilon_1 \cdot 1)')$ et $B ((\epsilon_1 \cdot 2)')$ ne constituent pas une base suffisante pour en déduire correctement une conclusion qui soit spécifique de $t.q.$ Mais cet unique élément valide de la publication de Feyerabend considérée ici, n'est pas complété par une identifi-

(*) Voir note (**) p. 29.

cation correcte de la source de la non-validité de d.N. Tout au contraire, cet élément valide s'associe malheureusement à une suite d'assertions qui expriment — comme nous venons de montrer — une vue totalement erronée sur d.N. en son ensemble, aussi bien que sur le problème que d.N. concerne. Le caractère erroné de cette vue provient de l'ignorance de toutes les distinctions et relations qui existent entre les concepts à l'aide desquels on peut exprimer le problème général des paramètres cachés (chapitre 3). L'objection de Feyerabend ne peut donc pas être regardée comme une invalidation de d.N.

6.c — L'objection de P. Bocchieri et A. Loinger [16]

P. Bocchieri et A. Loinger (*) reproduisent d'abord assez en détail la manière dont von Neumann déduit la proposition notée par nous ($\varepsilon_1 \cdot 1$) (et par eux « proposition T ») en partant des définitions (α), (β) et des quatre postulats A', B', I et II. Ensuite ils disent :

« Fragen wir uns nun : ist es möglich vom Satz T die Folgerung abzuleiten, dass es keine kausal deterministische Theorie geben kann, von deren Formalismus man mit zweckmässigen Mittelungen über eine gewisse Gruppe von Variablen (v.P.) die Postulate P (**), und folglich, die Formel (I) ableiten kann?

Diese Frage ist negativ zu beantworten, weil für eine solche kausal-deterministische Theorie der Satz T nur bedeuten würde, dass es nach der Berechnung der Mittelwerke nicht mehr möglich ist, streuungsfreie Gesamtheiten zu erhalten. Aber dieser Schluss ist selbstverständlich nach dem die Mittelung von einer wesentlich deterministischen zu einer wesentlich wahrscheinlichkeitstheoretischen Lehre führt. Man kann sich hingegen sofort überzeugen, dass es unmöglich ist eine Theorie kausal deterministischer Art (und deshalb fähig streuungsfreie Gesamtheiten zu erzeugen) aufzubauen, welche unter ihre Grundannahmen die Postulate P beibehält, weil diese Postulate zum Satz T führen, d.h. zur Nicht-Existenz von Streuungsfreien Gesamtheiten; es ist mit anderen Worten unmöglich, in die Quantentheorie v.P. einzuführen, wenn die Grundpostulate der Theorie unverändert belassen bleiben. Es gibt hingegen keinen prinzipiellen Grund, welcher den Aufbau einer « mikroskopischen » Theorie kausal-deterministischer Art verbietet, die grundverschieden von der Quantentheorie und so beschaffen wäre, letztere zu erzeugen, nachdem man eine passende

(*) Nous indiquerons ce groupe de noms par la notation (B-L).

(**) Les postulats A', B' I et II, §.2.

(***) La relation (Tr) p. 5.

Mittelung über eine gewisse Anzahl von Variablen (v.P.) ausgeführt hat, die in ihr enthalten sind ».

Nous sommes parfaitement d'accord avec l'entier contenu du mémoire de (B-L) (aussi bien avec la partie concernant spécifiquement d.N., qu'avec les autres observations qu'elle contient).

Il nous semble néanmoins que ce mémoire ne peut pas être considéré comme constituant une invalidation de d.N. En effet, il ne contient aucune analyse critique de d.N. (D'ailleurs (B-L) reproduisent d.N. dans une mesure insuffisante pour constituer la base d'une analyse de d.N. : L'obtention de « la proposition T » est reportée en détail, mais rien n'est dit concernant la proposition notée par nous ($\epsilon_1 \cdot 2$), et l'idée contenue dans l'étape notée par nous ϵ_2 n'est rappelée que partiellement et implicitement; quant à l'étape notée par nous ϵ_3 , qui joue en d.N. un rôle fondamental et caractéristique, (B-L) en font totalement abstraction. On crée ainsi l'impression injustifiée que « la proposition T » constitue à elle seule l'essence de d.N.). De même, (B-L) n'indiquent pas quelles sont les déficiences qui permettent de rejeter la conclusion de d.N. ni à quel endroit de d.N. ces déficiences se produisent. L'objection de (B-L) consiste exclusivement en une reproduction passive et partielle de d.N., suivie par une négation — certainement correcte, mais seulement énoncée et non pas démontrée — de la conclusion de von Neumann et en une appréciation de la situation qui existe dans le problème de l'existence de paramètres cachés associés aux microphénomènes.

Il ne nous a donc pas paru inutile d'imposer logiquement la négation de (B-L) de la conclusion de d.N., en déduisant cette négation d'une analyse complète et rigoureuse de d.N.

6.f — L'objection de M.L. de Broglie

M. de Broglie montre d'abord ([5], pp. 10-13) que les distributions quantiques de valeurs des grandeurs qui décrivent un microsystème dans l'état ψ , ne satisfont pas aux relations qui caractérisent tout schéma statistique classique. Il met ensuite en évidence que ceci provient du fait que les distributions quantiques de valeurs des différentes grandeurs associées à un microsystème, même quand elles concernent un même état ψ , ne se *réalisent* jamais toutes dans un même ensemble quantique de microsystèmes. M. de Broglie reproduit ensuite en détail l'étape de d.N. notée par nous ϵ_1 , il ajoute que von Neumann en conclut qu'il n'est pas possible d'expliquer les distributions quantiques par un déterminisme caché, puis il critique cette conclusion disant que rien n'empêche d'imaginer une interprétation causale

de *t.q.*, à l'aide d'une utilisation appropriée de la circonstance qu'il avait mise en évidence aux pages 10-13 de [15]. Puis, après avoir suffisamment avancé dans l'exposé de la théorie de la double solution, M. de Broglie construit effectivement dans le cadre de cette théorie, pour deux ensembles quantiques (l'un correspondant à l'état qui précède une mesure de la quantité de mouvement, et l'autre correspondant à l'état qui résulte du précédent à la suite de cette mesure) des distributions des grandeurs non-commutantes position et quantité de mouvement, entre lesquelles les relations qui caractérisent le schéma statistique *sont satisfaites* ([15], pp. 88-93). Ensuite, il conclut ([15], p. 93) :

« On voit maintenant très nettement le défaut qui vicie la démonstration du célèbre théorème de M. von Neumann. Son raisonnement montre bien qu'il est impossible, même en introduisant des variables cachées, de constituer un collectif correspondant à la fois aux distributions de probabilité $|\psi|^2$ et $|c(p)|^2$ habituellement envisagées pour les grandeurs canoniquement conjuguées « position » et « quantité de mouvement ». Mais il ne prouve aucunement qu'en introduisant des variables cachées, on ne puisse pas constituer des collectifs (à distributions de probabilités partiellement cachées*) qui soient du type habituel et qui correspondent respectivement à l'état initial avant la mesure et à l'état final après la mesure. Les probabilités habituellement considérées figurent dans ces collectifs, mais pas dans le *même* collectif. Nous venons de construire en détail dans le cas de la mesure de *p* les collectifs en question et nous apercevons bien maintenant que le théorème de M. von Neumann n'avait pas la portée qu'on lui attribuait ».

M. de Broglie identifie donc la cause pour laquelle *t.q.* ne satisfait pas au critère ($Cs \rightarrow c$) et puis, en écartant cette cause, il édifie effectivement une interprétation causale de *t.q.*

La non-contradiction logique avec *t.q.* de l'existence — même si cette existence était purement conceptuelle — des distributions compatibles avec le schéma statistique classique, que M. de Broglie a construites dans le cadre de son interprétation causale de *t.q.*, suffit évidemment à elle seule pour infirmer d.N. Mais à cause sans doute du fait qu'il disposait de ce moyen constructif pour invalider d.N., M. de Broglie s'est moins préoccupé d'obtenir rigoureusement cette même invalidation aussi par voie purement

(*) Nous montrons dans la seconde partie de cette thèse qu'il n'est nullement inconcevable que les distributions de la quantité de mouvement obtenues par M. de Broglie, bien que cachées formellement par rapport à *t.q.*, s'avèrent néanmoins non-cachées expérimentalement, physiquement.

destructive, en analysant exhaustivement la structure de d.N. (M. de Broglie n'analyse pas les étapes ε_2 et ε_3 au cours desquelles von Neumann déduit, à partir de ε_1 , sa conclusion).

Ceci nous fit penser qu'il n'est peut-être pas sans intérêt de joindre à l'invalidation de M. de Broglie — constructive, et par cela extérieure à d.N., rejetant d.N. globalement, sans la décomposer — l'invalidation accomplie dans cette première partie de notre thèse, et qui, en vertu de son caractère analytique, peut en plus identifier les sources spécifiques de cette invalidité, et leur emplacement logique exact par rapport aux autres éléments structuraux de d.N.

DEUXIÈME PARTIE

DÉDUCTION DE LA POSSIBILITÉ DE TRANCHER EXPÉRIMENTALEMENT LE PROBLÈME DU CARACTÈRE COMPLÈT DE LA THÉORIE QUANTIQUE

1 — INTRODUCTION

L'invalidation du théorème de von Neumann réalisée dans la première partie de cette thèse remet en discussion le problème du caractère complet de la théorie quantique.

Dans la seconde partie de la thèse nous abordons à nouveau ce problème en partant d'une analyse des processus quantiques de mesure. Cette analyse révélera la possibilité de trancher le problème du caractère complet de la théorie quantique expérimentalement. Cette possibilité est liée au fait, mis en évidence dans la première partie de cette thèse, que des paramètres cachés par rapport à la théorie quantique ne représentent pas nécessairement des aspects de la réalité microphysique qui sont cachés expérimentalement.

La même analyse conduira encore à la conclusion que la possibilité reste pour l'instant ouverte, que le principe d'incertitude ne s'applique pas à toutes les mesures simultanées possibles de deux grandeurs conjuguées et que, par conséquent, la théorie quantique des transformations peut ne pas posséder une validité générale.

2 — SUR LA RELATION ENTRE LES ÉTATS PROPRES ET LE CARACTÈRE COMPLET DE LA THÉORIE QUANTIQUE

Soit un microsystème S , dans un état représenté par la fonction d'onde ψ . Soit $P\psi(V_{io_G})$ la probabilité pour qu'une mesure d'une grandeur G de S à laquelle est associé l'opérateur O_G , effectuée dans l'état ψ , fournisse la valeur V_{io_G} , et soit $P\psi(\varphi_{io_G})$ la probabilité pour que, si l'on soumet S aux conditions nécessaires pour créer à partir de ψ un état propre de O_G , l'état que l'on obtient soit φ_{io_G} . Dans la mécanique quantique on admet que

tout résultat possible d'une mesure de G pour S en ψ contribue à réaliser la distribution exprimée par le principe de Born,

$$P^\psi(V_{i_{O_G}}) = P^\psi(\varphi_{i_{O_G}}) = |\mathbf{c}_{i_{O_G}}^\psi|^2 \quad (2.1)$$

conformément auquel les probabilités $P^\psi(V_{i_{O_G}})$ et $P^\psi(\varphi_{i_{O_G}})$ sont égales, leur valeur commune étant à chaque instant le carré du module du coefficient de l'état $\varphi_{i_{O_G}}$, propre à la valeur $V_{i_{O_G}}$ de G , dans le développement $\psi = \sum_j \mathbf{c}_{j_{O_G}} \varphi_{j_{O_G}}$ de la fonction ψ selon les fonctions propres de O_G .

L'égalité entre $P^\psi(V_{i_{O_G}})$ et $P^\psi(\varphi_{i_{O_G}})$ affirmée par le principe de Born implique une probabilité nulle d'être obtenue par une mesure de la grandeur G de S dans l'état ψ , pour toute valeur de G qui n'appartient pas au spectre $\mathcal{S}_{O_G}^\psi$ des valeurs propres de l'opérateur O_G en ψ . Ce fait en particulier, comme en général le premier signe d'égalité de (2.1), constituent au fond une expression quantitative de l'axiome (A) suivant, qui se trouve à la base de l'entier formalisme quantique (de la théorie des transformations, en particulier) :

- (A) *Tout enregistrement expérimental d'une valeur de G pour S dans l'état ψ , se réalise nécessairement de l'intérieur de l'un des états propres $\varphi_{i_{O_G}}$ de O_G que l'on peut créer à partir de ψ , et fournit par conséquent la valeur propre de O_G correspondante.*

Admettons le point de vue strictement positiviste, selon lequel la réalité objective est constituée exclusivement par l'ensemble de tous les résultats possibles de mesures. Même de ce point de vue extrême une description théorique des microphénomènes n'est complète que si elle rend compte des résultats de toutes les mesures possibles effectuées sur un microsystème. On voit alors tout de suite que la valeur de vérité de l'axiome (A) décide du caractère complet de la mécanique quantique. En effet, si (A) est vraie, les définitions (2.1) possèdent — comme on l'admet — la qualité d'un principe d'origine expérimentale, et, du point de vue strictement positiviste, la théorie quantique est complète. Mais s'il existait quelque manière de démontrer qu'il est possible dans certains cas d'enregistrer expérimentalement des valeurs d'une grandeur G de microsystèmes S dans un état ψ , dont la distribution — contrairement à (2.1) — soit différente de celle des états propres de O_G préparables à partir de ψ , alors on serait contraint d'admettre, du moins pour quelques-uns de ces enregistrements, que — contrairement à (A) — ils ne se sont pas réalisés à l'intérieur d'un état propre de O_G , et que donc les valeurs qu'ils ont fournies ne peuvent pas être considérées comme associées à un tel état, même si, en particulier, chacune de ces valeurs était numériquement égale à l'une des valeurs propres de O_G en ψ . Puisqu'en

ce cas il serait démontré qu'il existe objectivement (en tant que résultats de mesures) des valeurs et des distributions de valeurs concernant les micro-systèmes, dont la théorie quantique ne rend pas compte, les définitions (2.1) révéleraient le caractère d'un postulat qui restreint arbitrairement l'objet de la théorie quantique à l'étude des distributions des valeurs propres que l'on peut obtenir à partir de ψ , et cette théorie paraîtrait — même du point de vue strictement positiviste — être incomplète. (*)

Nous sommes ainsi conduits à examiner de près le rôle des états propres dans les processus de mesure, et tout spécialement le caractère de nécessité de leur apparition lors de la réalisation d'une mesure quelconque. Afin d'effectuer cet examen, précisons d'abord en quoi consistent les processus que l'on accomplit pour mesurer les valeurs des grandeurs physiques associées aux micro-systèmes.

3 — MESURES QUANTIQUES ET VALEURS QUANTIQUES

Comme on le sait, on accepte dans la mécanique quantique que, en vertu du fait exprimé par le principe d'incertitude, deux grandeurs dont les opérateurs associés ne commutent pas, en particulier, la position $\mathbf{r}$ et la quantité de mouvement $\mathbf{p}$, ne peuvent pas être mesurées en simultanéité rigoureusement; qu'une grandeur G , classiquement définie par $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, ne peut donc pas, pour un micro-système, être mesurée rigoureusement à un moment t en mesurant simultanément $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$ et en combinant par le calcul selon F les valeurs obtenues; mais que, néanmoins, il *est* possible à tout moment de mesurer rigoureusement toute grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, pour tout micro-système S , dans un état ψ quelconque (bien qu'on ne puisse le faire simultanément avec une grandeur conjuguée à G). Quel est le sens de cette dernière affirmation? Il ressort de la description des procédés par lesquels on réalise actuellement, dans les recherches concernant les micro-systèmes, la mesure exacte d'une grandeur quelconque, définie classiquement par $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. Ces procédés sont de deux types, dont le premier est le suivant :

3.a — Pour mesurer une grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ pour un micro-système S dans l'état ψ , l'on soumet S à certaines conditions C_{1G} , spécifique de G (passage par un réseau, quand $G = F(|\mathbf{p}|)$), à la suite desquelles on admet

(*) Il s'agit en somme d'établir si, pour ψ et G donnés, la somme pour tous les i possibles, des probabilités [2.1], est égale à 1, conformément aux exigences d'une théorie statistique complète (voir la théorie générale des prévisions de J. L. Destouches [24]), ou bien si elle est inférieure à 1.

avoir créé à partir de l'état ψ un état φ_{io_G} de S qui est propre à O_G (*), donc dans lequel G a une valeur appartenant au spectre $S_{O_G}^\psi$ des valeurs propres de O_G en ψ , mais sans savoir toutefois lequel de tous les états φ_{io_G} qu'il est possible de créer à partir de ψ , est celui qu'on a obtenu effectivement. En général, on a encore recours à la réalisation de certaines conditions $C_2(*)$ (passage par une lentille, quand $G = F(|p|)$) et l'on admet que, si l'état propre de S obtenu à la suite des conditions C_{1G} a été φ_{io_G} , alors grâce aux conditions C_2 , S se trouve localisé dans une région R_i de l'espace physique qui est univoquement liée à φ_{io_G} et à la valeur propre correspondante V_{io_G} et où sa présence est enregistrée. Si la présence de S est alors effectivement enregistrée en R_i , on considère avoir obtenu par cela l'enregistrement de la valeur exacte V_{io_G} de G, bien qu'elle ait été réalisée dans l'état φ_{io_G} de S (en accord avec (A), (2.1), et avec la création délibérée des conditions C_{1G}) et non dans son état ψ , est néanmoins associée à cet état ψ initial, à la caractérisation duquel elle contribue sur le plan statistique, par la fréquence avec laquelle elle peut être obtenue. En effet, la justification expérimentale du procédé de mesure décrit consiste dans le fait que, en répétant ce procédé avec un nombre suffisant de microsystemes de type S dans l'état ψ , on obtient finalement une distribution de localisations de microsystemes S dans des régions R_i de l'espace physique qui coïncide avec la distribution dans l'espace de la grandeur G, $S_{O_G}^\psi$, calculée théoriquement, des valeurs propres (et des états propres) de O_G qu'on peut créer à partir de ψ .

Dans certaines conditions que nous n'essayons pas de définir ici, on réalise une variante indirecte du procédé décrit plus haut :

Afin de mesurer la valeur d'une grandeur G d'un microsysteme S dans un état ψ , on produit une interaction $I_{S-S'}$, du microsysteme S étudié, dans cet état ψ , avec un autre microsysteme, S' , qui se trouve dans un état ψ' . On admet que si l'interaction $I_{S-S'}$ est convenablement choisie, à sa suite S est amené dans l'un des états propres φ_{io_G} de G qu'on peut créer à partir de ψ , sans qu'on sache lequel de tous les états φ_{io_G} a été obtenu effectivement, tandis que S' est amené dans l'un des états $\varphi_{jo_{G'}}$ qu'on peut créer à partir de ψ' , propres à un opérateur $O_{G'}$ en général différent de O_G , sans qu'on sache lequel de tous ces états $\varphi_{jo_{G'}}$ s'est effectivement réalisé, mais les états φ_{io_G} et $\varphi_{jo_{G'}}$ ne pouvant s'associer que conformément à une loi de correspondance biunivoque. On considère donc que l'interaction $I_{S-S'}$ remplit dans cette

(*) D'ailleurs la théorie quantique des mesures actuellement existante n'établit pas explicitement les principes généraux selon lesquels on doit réaliser ces conditions en chaque cas donné.

variante le rôle des conditions C_{1G} . Pour établir quelle est, de toutes les paires possibles $(\varphi_{iO_G}, \varphi_{jO_{G'}})$ d'états corrélés, celle qui s'est réalisée, on applique à S' le procédé déjà décrit plus haut pour S . Finalement, on obtient un enregistrement de la présence du microsysteme S' dans une région R_j de l'espace physique, qui doit, théoriquement, être corrélée univoquement avec l'état $\varphi_{jO_{G'}}$ de S' . Cette région devant aussi, évidemment, être corrélée univoquement avec l'état φ_{iO_G} de S qui est associé à $\varphi_{jO_{G'}}$, on considère que l'enregistrement obtenu constitue un enregistrement de la valeur propre V_{iO_G} que possède en φ_{iO_G} la grandeur G de S . En ce cas encore, la justification expérimentale du procédé consisterait dans le fait que, en le répétant un nombre suffisant de fois avec des microsystemes des mêmes types S et S' , se trouvant toujours, respectivement, dans les états ψ et ψ' , on obtiendrait une distribution de présences de microsystemes S' qui transposerait identiquement dans l'espace physique la distribution dans l'espace de la grandeur G , $S_{O_G}^\psi$, calculée théoriquement, des valeurs propres de O_G qu'on peut créer pour un microsysteme S à partir de son état ψ (*).

Dans le cas des mesures du type décrit (et de la variante indirecte de ce type **) le sens que possède dans la théorie quantique l'expression « mesurer rigoureusement la valeur de la grandeur G pour le microsysteme S dans l'état ψ » résulte donc être le suivant : Créer pour S , à partir de l'état ψ , un état propre φ_{iO_G} de O_G , inconnu, et la valeur propre correspondante inconnue V_{iO_G} de G , et identifier ensuite la valeur propre créée, en enregistrant la présence, la localisation, du microsysteme S (ou bien, dans la variante indirecte, d'un microsysteme S' ayant interagi avec S d'une façon appropriée) dans une région de l'espace physique qui doit théoriquement être corrélée univoquement avec V_{iO_G} .

Nommons une mesure de ce type (directe ou indirecte) « mesure de la grandeur G du microsysteme S à partir de l'état ψ , par l'intermédiaire de la localisation d'un microsysteme » (en abrégé, « mesure de G par localisation ») et indiquons-la par la notation M_L^G .

3.b — Dans le cas spécial où $G = F(\mathbf{p})$ il est usuel d'effecteur encore, en dehors des mesures $M_L^{G=F(\mathbf{p})}$, des mesures d'un autre type.

Étant donné un microsysteme S dans un état ψ , pour mesurer une grandeur $G = F(\mathbf{p})$ de S on soumet S — comme pour une mesure $M_L^{F(\mathbf{p})}$ — à des conditions $C_{1F(\mathbf{p})}$, à la suite desquelles on admet avoir créé à partir

(*) Il apparaîtra plus loin qu'il existe des raisons qui nous font douter que cette justification se réalise en général effectivement.

(**) Dans la terminologie de M. de Broglie [9], respectivement, mesures de première et de seconde espèce.

de ψ un état $\varphi_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ de S qui est propre à l'opérateur $O_{F(\mathbf{p})}$ et dans lequel $F(\mathbf{p})$ a donc une valeur $V_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ appartenant au spectre $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$ de valeurs propres de $O_{F(\mathbf{p})}$ en ψ , sans savoir toutefois lequel de tous les états $\varphi_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ possibles est celui qu'on a effectivement réalisé. (Quand $F(\mathbf{p}) = \mathbf{p}$, l'état propre inconnu $\varphi_{i_{O_p}}$ de S se trouve souvent réalisé naturellement (pour des particules cosmiques, par exemple)). Mais, cette première étape accomplie, au lieu de continuer comme pour une mesure $M_L^F(\mathbf{p})$ et de déduire en fin de compte la valeur inconnue créée $V_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ de l'enregistrement de la simple présence de S dans une région de l'espace physique spécifiquement liée à $V_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$, on fait cette fois pénétrer le microsystème S ayant l'état inconnu $\varphi_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$, dans un milieu (émulsion nucléaire, l'intérieur d'une chambre Wilson ou d'une chambre à bulles) préparé de façon à ce que le passage de S y marque une « trace », dont les caractéristiques permettent d'établir la valeur vectorielle $V_{i_{O_p}}$ que possédait la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ de S , donc la valeur $V_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ que possédait la grandeur $F(\mathbf{p})$ de S , lors de l'interaction qui a créé cette trace.

Aux mesures $M_L^F(\mathbf{p})$ indirectes peuvent évidemment correspondre des mesures indirectes du type que nous venons de décrire, dans lesquelles la valeur propre $V_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$ de $F(\mathbf{p})$ de S est déduite des caractéristiques d'une trace laissée par un microsystème S' ayant interagi convenablement avec le microsystème S étudié.

Nommons une mesure du dernier type décrit (directe ou indirecte) « mesure de la grandeur $G = F(\mathbf{p})$ du microsystème S à partir de l'état ψ , par l'intermédiaire de la trace laissée par un microsystème » (en abrégé, « mesure de $G = F(\mathbf{p})$ par trace »), et indiquons-la par la notation $M_T^{G=F(\mathbf{p})}$.

Toutes les mesures pratiquées actuellement, de grandeurs associées à des microsystèmes, sont soit des mesures M_L^G , soit des mesures $M_T^{G=F(\mathbf{p})}$. Il résulte donc des descriptions de ces mesures faites plus haut que toute mesure pratiquée actuellement, d'une grandeur associée à un microsystème, débute par une étape de création, à partir de l'état ψ du microsystème S étudié, d'un état $\varphi_{i_{O_G}}$, inconnu, propre à l'opérateur O_G associé à la grandeur G de S qu'on vise à mesurer (réalisation de conditions C_{1G} , si la mesure est directe, ou d'une interaction $I_{S-S'}$, si la mesure est indirecte), et donc, de la valeur propre inconnue correspondante, $V_{i_{O_G}}$, de cette grandeur G de S . Le reste de la mesure consiste ensuite en une seconde étape, qu'on peut nommer d'enregistrement, et qui n'a plus d'autre but que celui d'identifier — par localisation ou par trace — la valeur propre à O_G créée (ou programmée) pour G de S dans la première étape de la mesure. Cette constatation reproduit, sous une forme plus précisée, l'axiome (A), et elle est de ce fait cohérente avec la structure des définitions (2.1), de laquelle il s'ensuit en effet que le formalisme quantique concerne exclusivement les

résultats de mesures comportant, à part l'étape d'enregistrement, la première étape mentionnée. Pour traduire cette circonstance, nommons les mesures M_L^G et $M_T^{G=F(P)}$ « mesures de G à partir de ψ , avec création d'états propres de O_G », ou « mesures quantiques », et indiquons-les, respectivement, par les notations complétées ${}^QM_L^G$ et ${}^QM_T^{G=F(P)}$. Quand il n'y aura pas lieu de distinguer entre les mesures par localisation et celles par trace, nous utiliserons la notation unitaire ${}^QM^G$.

Les procédés quantiques de mesure constituent les seules définitions objectives, opérationnelles, qui existent à l'intérieur de la théorie quantique pour les valeurs des grandeurs décrivant les microsystemes. Étant donné un microsysteme S dans l'état ψ , introduisons pour les valeurs d'une grandeur G de S définies opérationnellement pour cet état par les mesures quantiques ${}^QM^G$, — donc pour les valeurs propres de l'opérateur O_G , V_{io_G} , qu'on peut créer pour G de S à partir de ψ — la dénomination de « valeurs quantiques de la grandeur G , associées à l'état ψ du microsysteme S » et indiquons-les par la notation ${}^QV_{i\psi}^G$. (Cette nouvelle dénomination d'une notion qui dans la théorie quantique est déjà existante et pourvue d'un nom a pour but d'unifier notre langage et de le rendre plus approprié à l'expression ultérieure de nos vues).

4 — DÉDUCTION D'UNE EXPÉRIENCE CRUCIALE QUI PEUT RÉSOUDRE LE PROBLÈME DU CARACTÈRE COMPLET DE LA THÉORIE QUANTIQUE [25]

La description des mesures quantiques nous a portés jusqu'aux frontières du problème que nous nous sommes proposé d'examiner, celui du caractère de nécessité de l'apparition des états propres au cours de tout processus de mesure effectué sur un microsysteme. Formulons maintenant ce problème à nouveau avec plus de détail.

Soit de nouveau un microsysteme S dans un état ψ . Les valeurs quantiques ${}^QV_{i\psi}^G$ d'une grandeur G décrivant S — les seules à posséder une définition objective dans le cadre de la théorie quantique — en général n'existent pas dans l'état ψ de façon actuelle, mais seulement de façon potentielle. Bien que ce fait soit exprimé si souvent avec des nuances de mystère et d'étonnement, il ne contient en fait rien qui puisse surprendre, tant qu'on garde en vue la circonstance dont il provient naturellement, à savoir que toute valeur fournie comme résultat par une mesure quantique effectuée sur S « en ψ » est créée à partir de ψ à la suite d'une *transformation délibérée* de l'état ψ , par laquelle une mesure quantique débute toujours.

Cette situation n'engendre évidemment aucune insuffisance formelle de la théorie quantique, puisque les valeurs quantiques des grandeurs décrivant S , bien qu'en général elles n'existent pas de façon actuelle dans l'état ψ de S auquel elles se rapportent, permettent néanmoins d'obtenir à leur aide une caractérisation (définition) univoque de cet état par les spectres $S_{O_G}^\psi$ qu'elles composent. Si donc on considère la théorie quantique exclusivement du point de vue de la syntaxe logique, l'existence de la définition des valeurs quantiques $QV_{i\psi}^G$ constituée par les procédés quantiques de mesure QM_G , enlève tout intérêt à la recherche d'une définition opérationnelle d'autres valeurs éventuelles des grandeurs G , qui existeraient de façon actuelle dans l'état ψ auquel elles se rapporteraient, mais qui, dans l'économie logique de la théorie quantique, ne mèneraient en fin de compte qu'à un second mode de caractérisation des mêmes états déjà caractérisables univoquement à l'intérieur de cette théorie à l'aide des valeurs quantiques $QV_{i\psi}^G$. Mais la situation se modifie fondamentalement dès qu'on abandonne le point de vue de la syntaxe logique pure, évidemment insuffisant pour une théorie physique, pour passer au point de vue plus large qui s'impose, englobant les aspects d'ordre sémantique constitués par les relations qui existent entre la théorie quantique en tant que construction logique et la réalité que cette théorie décrit. En effet, de ce dernier point de vue, identifier un procédé de mesure du type mentionné, définissant opérationnellement, pour une au moins des grandeurs décrivant les microsystèmes, des valeurs différentes de ses valeurs quantiques, ou autrement distribuées que celles-ci, serait une réalisation d'une importance essentielle, car elle prouverait, comme nous l'avons déjà souligné, que la théorie quantique est incomplète. Mais comme un tel procédé devrait évidemment ne pas créer des états propres de l'opérateur associé à la grandeur mesurée, qui mènent à des valeurs quantiques, ceci revient précisément à la question de savoir s'il est possible de réaliser une mesure rigoureuse d'une grandeur décrivant un microsystème, sans qu'apparaissent des états propres associés à cette grandeur. Tâchons d'élucider cette question en examinant le rôle des états propres dans les mesures quantiques.

Considérons d'abord les mesures quantiques par localisation. Pour celles-ci il est bien évident que la création initiale d'états propres est organiquement liée au principe même du procédé de mesure. En effet, dans une mesure QM_L^G directe, par exemple, effectuée sur un microsystème S , la présence de S dans une région R_i de l'espace physique permet de conclure que la valeur cherchée de G de S a été la valeur propre V_{iO_G} , seulement en conséquence du fait que, à la suite des conditions C_{1G} et C_2 , la région R_i ne peut être peuplée, à tout moment, que par une onde propre φ_{iO_G} . Pour une mesure

$\mathcal{Q}M_L^G$ indirecte, la situation est analogue. Une mesure par localisation ne peut donc pas être conçue en général (sauf pour $G = \mathbf{r}$) sans création délibérée d'états propres.

Considérons maintenant les mesures quantiques par trace. Pour celles-ci, contrairement à ce qui se passe pour les mesures par localisation, on ne voit nullement en quoi la création d'états propres serait essentielle au principe du procédé de mesure. En effet, tandis que pour une mesure quantique par localisation (directe, par exemple) $\mathcal{Q}M_L^G$, quelle que soit la grandeur G , l'enregistrement qu'on obtient n'indique rien d'autre que la présence du microsystème étudié S dans une région R_i , d'où l'on déduit que S se trouvait dans l'état propre $\varphi_{i0_{R_i}}$ correspondant à R_i , d'où l'on déduit enfin que la valeur cherchée de G était V_{i0_G} — chaîne impliquant inévitablement la création de l'état propre φ_{i0_G} — pour une mesure quantique par trace $\mathcal{Q}M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ (directe, par exemple) les choses se passent en quelque sorte inversement : l'enregistrement qu'on obtient fournit la valeur propre cherchée $V_{i0_{F(\mathbf{p})}}$ *directement*, dans le sens que le *premier* résultat de l'interprétation (dénombrement des foyers d'ionisation, calcul de $|\mathbf{p}|$, etc...) de cet enregistrement est l'obtention de la valeur vectorielle de la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ de S , donc de la valeur propre cherchée $V_{i0_{F(\mathbf{p})}}$. De ce résultat on peut évidemment ensuite conclure immédiatement que le microsystème étudié se trouvait dans l'état propre correspondant $\varphi_{i0_{F(\mathbf{p})}}$, mais ceci dépasserait en général le but de la mesure effectuée. D'autre part, la possibilité et la nature de l'enregistrement de la trace laissée par le microsystème étudié S dans le milieu sensible du dispositif, ainsi que la possibilité et la nature des opérations par lesquelles on déduit de cet enregistrement la valeur $V_{i0_{F(\mathbf{p})}}$ de la fonction $G = F(\mathbf{p})$ de la quantité de mouvement de S , ne dépendent aucunement du fait qu'il s'agit d'une valeur propre de $O_{F(\mathbf{p})}$. Pour une mesure $\mathcal{Q}M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ indirecte la situation est essentiellement analogue. De sorte que l'étape initiale de création d'états propres de $O_{F(\mathbf{p})}$ par laquelle les mesures quantiques par trace débutent, nous paraît extérieure au principe de ces mesures. Dans une mesure quantique par trace cette étape initiale paraît n'accomplir aucun autre rôle que celui d'un filtre pour les valeurs de la grandeur $G = F(\mathbf{p})$ mesurée, collé, juxtaposé arbitrairement au corps de la mesure, et réduisant par son existence le domaine des résultats possibles à celui constitué par les valeurs propres de $O_{F(\mathbf{p})}$.

On est alors amené tout naturellement à se demander qu'est-ce qu'il adviendrait si l'on supprimait ce filtre et si l'on effectuait sur un microsystème S se trouvant dans l'état ψ une mesure par trace d'une grandeur $G = F(\mathbf{p})$ le décrivant, non plus à la manière quantique, dans un état propre de $O_{F(\mathbf{p})}$ créé délibérément *à partir* de ψ , mais *dans l'état ψ lui-même*,

c'est-à-dire si l'on réduisait la mesure par trace de $F(\mathbf{p})$ de S en ψ à la seconde étape d'enregistrement seulement.

Nommons une telle mesure non-quantique par trace « mesure par trace de la grandeur $G = F(\mathbf{p})$ de S , dans l'état ψ de S » et indiquons-la par la notation $\Psi M_T^{G=F(\mathbf{p})}$.

La notion de mesure non-quantique par trace une fois conçue — bien timidement — on peut aussitôt remarquer le fait suivant, très surprenant à vrai dire pour tout esprit formé à la soumission aux vues de la théorie quantique actuelle :

Étant donné un microsystème S dans un état ψ d'interférence MONOCHROMATIQUE (obtenue, par exemple, à partir d'une onde plane, à l'aide de trous d'Young), il ne nous paraît pas du tout évident qu'il soit possible de déterminer des valeurs de la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ de S , autrement que par des mesures *non*-quantiques par trace. En effet, nous n'arrivons à identifier aucun dispositif ou milieu (réseau, prisme, champ) dont l'on puisse affirmer qu'il est certainement apte à détruire les relations de phase existant en ψ , de façon notamment à créer à partir de ψ — avant l'enregistrement de la valeur de $\mathbf{p}$, par localisation ou par trace — les états propres de $O_{\mathbf{p}}$ en ψ qui sont requis par la théorie quantique des mesures, et qui seuls *garantissent* l'obtention exclusivement de valeurs de $\mathbf{p}$ propres à $O_{\mathbf{p}}$ en ψ .

Or, s'il s'avérait effectivement impossible de réaliser dans un tel cas, avant l'enregistrement de la valeur de $\mathbf{p}$, l'étape de création d'états propres de $O_{\mathbf{p}}$, toute mesure de $\mathbf{p}$ par localisation serait évidemment impraticable pour ce cas, tandis que toute mesure de $\mathbf{p}$ par trace serait précisément du type que nous venons de nommer « mesure *non*-quantique ».

Nous n'essayerons pas d'approfondir ici ce problème et ses conséquences. Nous l'avons simplement signalé, afin que, par la suite, lorsqu'il sera question de mesures *quantiques* par trace d'une grandeur $G = F(\mathbf{p})$, on envisage avec réserve la possibilité de telles mesures. Par contre, pour toute grandeur $G = F(|\mathbf{p}|)$, les mesures quantiques par trace sont sûrement possibles.

Il est évident que le résultat d'un seul acte de mesure $\Psi M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ ne peut pas être concluant. En effet, le spectre dans l'état ψ des valeurs propres à $O_{F(\mathbf{p})}$ étant $\mathcal{S}_{O_{F(\mathbf{p})}}^{\psi}$ (continu ou discontinu), si l'acte de mesure $\Psi M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ considéré fournit une valeur numériquement égale à une valeur $V_{io_{F(\mathbf{p})}}$ existant en $\mathcal{S}_{O_{F(\mathbf{p})}}^{\psi}$, cela ne nous apprend pas si cette valeur de $F(\mathbf{p})$ est la valeur quantique $V_{io_{F(\mathbf{p})}}$ elle-même, réalisée dans l'état propre $\varphi_{io_{F(\mathbf{p})}}$ de S , qui — bien qu'il n'y ait pas eu création délibérée d'états propres — se serait néanmoins réalisé « automatiquement » par le fait même qu'on a effectué une mesure de $G = F(\mathbf{p})$, ou bien s'il s'agit au contraire d'une valeur non-

quantique, dont l'enregistrement s'est produit en dehors de $\varphi_{i_{O_F(\mathbf{p})}}$, en ψ . Et même si la mesure $\mathcal{Q}M_T^{\mathbf{F}(\mathbf{p})}$ fournissait une valeur inexistante en $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$, on ne pourrait jamais affirmer avec certitude que celle-ci ne provient pas, par erreur d'enregistrement, de l'une des valeurs quantiques de $F(\mathbf{p})$ en ψ . Tant qu'on n'envisage qu'un acte isolé de mesure $\Psi M_T^{\mathbf{F}(\mathbf{p})}$, on ne peut donc pas trouver de réponse objective à la question que nous venons de poser.

Essayons alors de transposer cette question sur le plan statistique.

Considérons d'abord un jet monocinétique constitué par N microsystèmes de type S qui se trouvent dans un état propre $\varphi_{i_{O_p}}$ de la quantité de mouvement associé à la valeur $\mathbf{p}_i = V_{i_{O_p}}$ de celle-ci. Supposons qu'on effectue pour chacun de ces microsystèmes une mesure quantique (l'étape de création d'un état propre étant ici réalisée par l'hypothèse de monocinécité) par trace de sa quantité de mouvement. Au lieu d'obtenir N fois rigoureusement la même valeur $\mathbf{p}_i = V_{i_{O_p}}$, on obtiendra une distribution gaussienne $S_{\mathbf{p}_{ij}}$ de valeurs dont la moyenne fournira $\mathbf{p}_i = V_{i_{O_p}}$ avec une imprécision qu'on peut en principe faire tendre vers zéro. Pour des conditions données d'enregistrement, les caractéristiques de cette distribution peuvent être établies pour toute valeur $\mathbf{p}_i$ donnée, aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. Cette opération préliminaire constitue une sorte d'étalonnage du dispositif employé. Soit maintenant un état quelconque ψ du microsystème de type S considéré plus haut. Supposons que, en utilisant un dispositif étalonné dans le sens spécifié plus haut, on effectue sur un nombre suffisamment grand de microsystèmes S dans cet état ψ , des mesures quantiques par trace d'une grandeur $G = F(\mathbf{p})$. La distribution de valeurs $F(\mathbf{p}_i)$ obtenue ne sera pas rigoureusement la distribution (2.1), $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$, mais elle résultera immédiatement de $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$ si on y substitue à chaque $F(\mathbf{p}_i)$ la distribution gaussienne $S_{F(\mathbf{p}_{ij})}$ lui correspondant, établie précédemment. Disons de cette distribution effectivement enregistrée qu'elle est « la distribution observable par des mesures quantiques par trace, compatible avec la distribution (2.1) $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$ » et indiquons-la par la notation $(S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi)'$. (Par rapport à la transposition de (2.1) $S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi$ dans l'espace physique, que fourniraient des mesures $\mathcal{Q}M_L^{\mathbf{p}}$, cette distribution $(S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi)'$ obtenue par des mesures $\mathcal{Q}M_T^{\mathbf{p}}$ constitue en quelque sorte une vérification plus immédiate, plus concrète, de (2.1)).

La transposée sur le plan statistique de la question posée plus haut peut être formulée à l'aide des notions $(S_{O_F(\mathbf{p})}^\psi)'$ et $\Psi M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ de la façon suivante :

(Q) Si l'on effectuait sur un nombre suffisamment grand de microsystèmes de type S se trouvant dans un état ψ , non pas des mesures $\mathcal{Q}M_T^{G=F(\mathbf{p})}$ de la grandeur $G = F(\mathbf{p})$ des S , mais des

mesures $\psi M_T^{G=F(p)}$ de cette grandeur, est-ce que l'on obtiendrait toujours la distribution $(S_{0_{F(p)}}^\psi)'$ des valeurs de $G = F(p)$, ou bien obtiendrait-on quelque autre distribution de ces valeurs, incompatible avec (2.1) $|c_{i0_{F(p)}}^\psi|^2$?

Prenons maintenant en considération le fait suivant : *Toute mesure par trace de la quantité de mouvement d'un microsystème S, qu'elle soit quantique ou en ψ , est en même temps une mesure de la position de S, constituée par l'enregistrement de l'origine de la trace.*

Cette remarque sitôt faite, dirige nécessairement l'attention vers deux problèmes concernant la question (Q).

Voici le premier :

4.a — Quelle est la relation entre le principe d'incertitude et les mesures par trace? Est-ce que le principe d'incertitude ne fournirait pas a priori la réponse à la question (Q), en éliminant la possibilité d'obtenir par des mesures $\psi M_T^{G=F(p)}$ une distribution qui soit incompatible avec (2.1) $|c_{i0_{F(p)}}^\psi|^2$?

Le second problème mentionné se dirige dans un sens opposé à celui du premier :

4.b — Ne serait-il pas possible de généraliser le problème (Q) pour une grandeur quelconque $G = F(r, p)$ décrivant un microsystème?

Le problème (4.a) mettant en doute la possibilité même de la question (Q), nous l'examinerons tout à l'heure.

Quant au problème (4.b) nous le discuterons en détail au paragraphe 6. Ici, nous nous bornons à faire, à son sujet les observations suivantes :

Pour $G = F(r)$ il n'est pas possible d'obtenir une question de type (Q). L'espace de la grandeur coïncidant pour ce cas avec l'espace physique, les états propres sont des fonctions δ dans l'espace physique. Cela, associé au caractère évolutif de l'état ψ , leur enlève aussi toute durée. Les états propres de la position n'existent donc que dans un point spatio-temporel dont les coordonnées, lors de tout enregistrement de position, sont celles de l'enregistrement lui-même. Ceci supprime la possibilité d'existence d'une étape de création de ces états propres qui soit *temporellement séparée* de celle d'enregistrement. Mais de ce fait disparaît aussi la possibilité de définir pour $G = F(r)$, d'une façon analogue à celle dont on peut les définir pour $G = F(p)$, des mesures non-quantiques $\psi M^{F(r)}$ objectivement distinguables des mesures de $G = F(r)$ censées être quantiques (c'est-à-dire impliquer création d'états propres de $F(r)$). En effet pour $F(p)$ c'est précisément l'absence de l'étape de création délibérée d'états propres *préalablement* à l'étape d'enregistrement, par des conditions $C_{1F(p)}$ spécifiques de $F(p)$, qui constitue l'*unique* caractère spécifique des mesures non-quantiques

$\psi M_T^{\mathbf{F}(\mathbf{p})}$ de $\mathbf{F}(\mathbf{p})$, par rapport aux mesures quantiques par trace de $\mathbf{F}(\mathbf{p})$, $\mathcal{Q}M_T^{\mathbf{F}(\mathbf{p})}$. Il en résulte que la généralisation de la question (Q) aux grandeurs $G = \mathbf{F}(\mathbf{r})$ aurait un caractère de limite et de tautologie qui lui enlèverait tout sens sur le plan expérimental.

Passons au cas $G = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. Se demander si (Q) peut être généralisé à ce cas, revient à se demander d'abord s'il est compatible avec le principe d'incertitude de concevoir que la mesure par trace de la quantité de mouvement et la mesure de position qui l'accompagne toujours, soient simultanément rigoureuses, c'est-à-dire réalisables avec des imprécisions qui peuvent être rendues simultanément arbitrairement petites. Si, à la suite d'une analyse du principe de Heisenberg et des mesures par trace, la compatibilité de principe mise en question plus haut se montrait exister (contrairement à ce qu'on se sent au premier abord porté à croire, cette compatibilité peut exister effectivement, comme il résultera au § 6), il faudrait en plus établir par une analyse indépendante d'un acte de mesure par trace que la mesure de la quantité de mouvement et celle de la position, que cet acte comporte, sont réellement rigoureuses simultanément, dans le sens spécifié plus haut. Et c'est dans le seul cas où ces deux mesures se trouveraient être simultanément rigoureuses, qu'une mesure non-quantique $\psi M^{G=\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})}$ rigoureuse peut être définie objectivement pour toute grandeur $G = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ décrivant un microsystème. (Cette mesure se réduirait, en ce qui concerne la phase purement expérimentale, à une mesure $\psi M^{\mathbf{p}}$ (qu'on pourrait dès lors noter aussi $\psi M^{\mathbf{r}, \mathbf{p}}$) la différence n'apparaissant que dans l'étape d'interprétation où l'on trouverait la valeur non-quantique de $G = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ correspondant aux enregistrements obtenus, en combinant par le calcul selon $\mathbf{F}$ les valeurs de $\mathbf{r}$ et de $\mathbf{p}$ indiquées simultanément avec rigueur — dans le sens spécifié — par ces enregistrements). Il serait alors possible de poser une question analogue à (Q), permise par le principe de Heisenberg et possédant un sens objectif, concernant toute mesure non-quantique $\psi M^{G=\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})}$.

Mais le problème du caractère complet de la théorie quantique, qui seul nous occupe en ce moment, ne dépend pas de la possibilité de généraliser $\psi M_T^{\mathbf{F}(\mathbf{p})}$ pour une grandeur quelconque, dans le sens que la question (Q) pour $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ suffit à elle seule pour décider de ce caractère. Nous remettons donc au paragraphe (6) la discussion détaillée du problème (4.b) (dont il nous semble, par contre, probable, qu'il est intimement lié au problème du caractère déterministe des microphénomènes).

Revenons maintenant au problème (4.a).

Il y a deux formes du principe de Heisenberg. L'une d'entre elles, qu'on pourrait nommer la forme non démontrée, consiste dans une conclusion

tirée — à l'extérieur de l'édifice du formalisme quantique — d'un certain nombre d'analyses effectuées par Heisenberg concernant des processus de mesure de deux grandeurs conjuguées, G et G' , attachées à un micro-système S donné. Heisenberg conclut de ces analyses que :

(H)₁ Les imprécisions ΔV_{Gt} et $\Delta V_{G't}$ avec lesquelles on peut connaître les valeurs V_{Gt} et $V_{G't}$ possédées à un même instant t par deux grandeurs conjuguées G et G' décrivant un micro-système, sont toujours reliées par la relation $\Delta V_{Gt} \cdot \Delta V_{G't} \geq \hbar$

Nous montrerons au paragraphe 6 qu'il est possible que (H)₁ ne s'applique pas à la situation qui se réalise lors d'une mesure par trace d'une quantité de mouvement.

Mais même si à la suite d'une analyse spéciale des mesures par trace le principe d'incertitude s'avérait s'appliquer aussi aux actes individuels de mesure de ce type, ce fait serait encore également compatible avec les deux solutions possibles pour la question (Q), car il n'implique évidemment pas que les indéterminations $\Delta V_{ip t}$ avec lesquelles on obtient les quantités de mouvement de micro-systèmes S_i , parce que leur valeur se trouve dans une certaine relation avec les valeurs d'autres indéterminations correspondantes $\Delta V_{ir t}$ avec lesquelles on connaît les positions des micro-systèmes S_i , doivent être centrées précisément sur des valeurs propres de O_p : Une relation de la valeur d'une indétermination $\Delta V_{jp t}$ avec la valeur d'une indétermination $\Delta V_{jr t}$, ne peut, à elle seule, ni imposer, ni interdire quoi que ce soit concernant l'endroit dans l'espace des valeurs $V_{jp t}$ où se place l'indétermination, l'intervalle $\Delta V_{jp t}$, donc concernant les valeurs $V_{jp t}$ qu'il recouvre.

A côté de la forme non démontrée (H)₁, il existe encore la forme bien connue du principe de Heisenberg

$$(H)_2 \quad \overline{\Delta O_G^2} \cdot \overline{\Delta O_{G'}^2} \geq \overline{[i/2 (O_G O_{G'} - O_{G'} \cdot O_G)]^2}$$

où il n'est pas besoin de spécifier le sens des notations, qui est usuel. La forme (H)₂ est une conséquence de (H)₁ sur le plan statistique, déduite à l'intérieur de la théorie quantique par deux démonstrations différentes, qui impliquent toutes les deux essentiellement une distribution (2.1) de probabilité pour les valeurs des grandeurs quelconques G et G' , toutes les moyennes y étant calculées à l'aide de probabilités (2.1), et du formalisme des opérateurs, qui est bâti entièrement à partir de (2.1) (notamment à partir de (2.1) pour r et pour p). Mais par ce fait même ces démonstrations de (H)₂ se rapportent exclusivement aux résultats de mesures quantiques. Or, il est alors évident que la forme (H)₂ du principe d'incertitude ne fournit elle non plus aucune réponse à (Q).

D'abord, cette forme se rapportant exclusivement aux résultats de mesures quantiques, il n'en découle pas que la moyenne des carrés des écarts dans une distribution non-quantique de $G = F(\mathbf{p})$, obtenue par répétition sur S en ψ d'une mesure non-quantique $\Psi M_T^F(\Phi)$, doit se trouver dans la relation $(H)_2$ avec la moyenne des carrés des écarts dans la distribution des positions (donc de toute $G = F(\mathbf{r})$) de S en ψ .

Et en second lieu, *même* si entre les deux moyennes mentionnées la relation $(H)_2$ se trouvait néanmoins satisfaite, ceci n'imposerait évidemment pas univoquement la structure des distributions à partir desquelles les moyennes sont formées.

$(H)_2$ n'élimine donc nullement la possibilité que la distribution de la grandeur $G = F(\mathbf{p})$ obtenue par des mesures non-quantiques $\Psi M_T^F(\Phi)$, soit différente de la distribution (2.1) de cette grandeur. D'ailleurs cette conclusion concernant $(H)_2$ n'est qu'un équivalent sur le plan statistique, et construit à l'intérieur de la théorie quantique, de la conclusion obtenue précédemment concernant $(H)_1$.

L'examen du problème (4.a) mène donc à la conclusion que *le principe de Heisenberg ne détermine pas la réponse à la question (Q) et par conséquent ne constitue pas un fondement physique pour les définitions (2.1) : la question (Q) existe et doit être tranchée indépendamment de ce principe.*

Or, la réponse à (Q) peut être donnée par une expérience cruciale, dont le principe résulte intégralement de l'énoncé même de (Q). Cela revient à dire qu'il est possible de résoudre expérimentalement le problème du caractère complet de la théorie quantique, examiné théoriquement depuis 35 ans sans résultat concluant.

La réalisation d'une telle expérience cruciale ne nous paraît comporter aucune difficulté technique insurmontable, ou même seulement spéciale. Au contraire, nous sommes tentés de dire qu'elle nous paraît relativement simple. Il suffit évidemment de s'occuper du cas $G = \mathbf{p}$. Il s'agit alors d'établir d'abord — par l'un des procédés devenus classiques — un état ψ d'interférence monochromatique pour l'onde associée à un microsystème de type S donné, un électron par exemple. Cette onde doit ensuite être laissée se propager non-perturbée (sans y détruire les relations de phase entre les ondes propres de la quantité de mouvement, pour séparer ces ondes les unes des autres) vers un dispositif d'enregistrement de traces, une plaque couverte d'une émulsion nucléaire par exemple, où l'on obtiendra une trace indiquant une certaine quantité de mouvement. Répétant cette sorte de mesures non-quantiques un nombre suffisant de fois avec des microsystèmes S dans le même état d'interférence ψ , on obtiendra un spectre de quantités de mouvements. Si la théorie quantique est complète, ce spectre doit coïncider avec

le spectre $(S_{O_p}^\psi)'$, compatible avec (2.1) $S_{O_p}^\psi$, et ceci pour n'importe quelle position de la plaque à émulsion, et quels que soient les moments où ont été faits les différents enregistrements, exactement comme dans le cas où, avant les enregistrements, on aurait créé délibérément des états propres. En outre, même si une analyse des processus individuels de mesure par trace montrait que ce n'est pas incompatible avec le principe d'incertitude d'établir expérimentalement une relation rigoureuse entre la distribution des quantités de mouvement enregistrées *en* ψ par des mesures non-quantiques par trace, et la distribution correspondante des positions, *pour la question* (Q) il est dépourvu d'intérêt d'essayer d'établir effectivement cette relation (*) (ce qui d'ailleurs imposerait sans doute des conditions probablement très délicates à réaliser, concernant le rapport entre l'ordre de grandeur de la longueur d'onde moyenne en ψ d'une part, et, d'autre part, l'ordre de grandeur de l'extension minime d'une marque indiquant la position, ou celui des irrégularités de surface de l'émulsion). Donc, tant qu'on ne vise rien d'autre que d'établir la réponse à la question (Q), l'expérience à faire ne comporte que l'unique condition spéciale de supprimer l'étape initiale de création d'états propres de $F(\mathbf{p})$ (**), et de réaliser des enregistrements *dans* l'état ψ d'interférence. D'ici découle sa simplicité, que nous affirmons plus haut.

Désignons en ce qui suit par la notation E_c l'expérience cruciale que nous venons d'indiquer afin de décider du caractère complet de la théorie quantique.

5 — EXPOSÉ DES CONSÉQUENCES POSSIBLES DE L'EXPÉRIENCE E_c

Supposons maintenant que l'expérience cruciale indiquée ait été faite.

Admettons d'abord l'éventualité que la distribution obtenue soit celle compatible avec (2.1). Il serait alors prouvé que, par le fait même d'avoir effectué un enregistrement de $\mathbf{p}$, bien qu'avant cet enregistrement on n'ait pas créé délibérément (par des conditions $C_1 \mathbf{p}$) un état propre de O_p , comme dans les mesures quantiques, un tel état s'est néanmoins réalisé, automatiquement en quelque sorte. Il faudrait alors admettre que l'axiome (A) et les définitions (2.1) sont exactes pour $\mathbf{p}$ et il en découlerait qu'elles

(*) Une telle tentative se rattache au problème (4.b) mentionné avant, et au problème du caractère déterministe des microphénomènes.

(**) Qui, d'ailleurs, n'est peut-être même pas *réalisable* en ce cas, comme il a été remarqué p. 46.

sont exactes aussi pour toute grandeur $F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. En effet, des remarques faites plus haut concernant le problème (4.b) il résulte que pour $G = F(\mathbf{r})$ il n'est pas possible d'obtenir une question de type (Q) ayant un sens objectif. Quant aux grandeurs $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ il résulte des mêmes remarques qu'une éventuelle question (Q) les concernant, même si cette question était compatible avec le principe d'incertitude et possédait un sens objectif, aurait la même réponse que celle de la question (Q) concernant $(\mathbf{p})$: la distribution fournie pour la position $\mathbf{r}$ par des mesures $\Psi M^{F(\mathbf{p}, \mathbf{r})}$ répétées sur des microsystèmes de même type S, dans un même état ψ , sera toujours la distribution « quantique » (2.1) de $\mathbf{r}$, car en ce qui concerne $\mathbf{r}$, les mesures $\Psi M^{F(\mathbf{p}, \mathbf{r})}$ et $Q M^{F(\mathbf{p}, \mathbf{r})}$ se confondent. La distribution fournie par les mesures $\Psi M^{F(\mathbf{p}, \mathbf{r})}$ pour $F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ sera donc la distribution quantique ou non selon que la distribution qu'elles fournissent pour $\mathbf{p}$ sera ou non la distribution quantique. Donc si l'axiome (A) est vérifié pour $\mathbf{p}$ par l'expérience E_c , cela exclut la possibilité d'infirmer expérimentalement (A) pour une autre grandeur. Les définitions (2.1) ont en ce cas la qualité d'un principe d'origine expérimentale et la théorie quantique est, du point de vue positiviste, complète.

Admettons maintenant au contraire que l'expérience ait fourni une distribution incompatible avec (2.1). En ce cas il serait démontré que l'axiome (A) est faux pour la grandeur $\mathbf{p}$. Au cours d'une mesure $\Psi M_T^{\mathbf{p}}$ un état propre de $O_{\mathbf{p}}$ ne se forme pas « automatiquement » (nonobstant la suppression de l'étape de création délibérée — par des conditions $C_{1\mathbf{p}}$ — d'un tel état) et donc la valeur fournie rigoureusement (avec une précision qu'on peut en principe rendre arbitrairement petite) par la mesure $\Psi M_T^{\mathbf{p}}$ considérée, ayant été enregistrée en-dehors de tout état propre de $O_{\mathbf{p}}$ (directement en ψ) n'est pas l'une des valeurs propres de $O_{\mathbf{p}}$ en ψ , et peut même ne coïncider numériquement avec aucune de ces valeurs. (Entre le principe de Heisenberg et ce résultat éventuel il n'y a aucune incompatibilité, comme il a été montré p. 49-51). Les valeurs définies objectivement par les mesures non-quantiques $\Psi M_T^{\mathbf{p}}$ sont alors des *valeurs non-quantiques de $\mathbf{p}$* et peuvent être nommées ainsi. Indiquons ces valeurs non-quantiques de $\mathbf{p}$ par la notation $V_{l, \psi}^{\mathbf{p}}$. *De telles valeurs de $\mathbf{p}$, bien que formellement, et par rapport à la théorie quantique, elles soient des « paramètres cachés », décriraient néanmoins des aspects de la réalité microphysique qui, eux, ne seraient nullement cachés expérimentalement, et dont l'existence ne pourrait plus être ignorée du point de vue strictement positiviste, mais aurait une réalité indiscutable même de ce point de vue.* Les définitions (2.1) apparaîtraient alors comme étant — au moins pour $G = \mathbf{p}$ — un postulat qui restreint sans support physique la théorie quantique à l'étude d'un sous-domaine de

la réalité microphysique investigable objectivement : Il serait *démontré expérimentalement* que la théorie quantique est incomplète.

Ce fait aurait évidemment une influence profonde, aussi bien sur la conception courante aujourd'hui concernant les microphénomènes, que sur l'orientation des recherches de microphysique théoriques et expérimentales. En effet, l'hypothèse où nous nous trouvons placés maintenant concernant le résultat de l'expérience E_c implique les conséquences suivantes :

5.a — Le problème du caractère déterministe des microphénomènes acquiert une base objective nouvelle et doit être repris en termes nouveaux. Nous détaillerons un aspect de ce problème dans le paragraphe 6 et nous analyserons le problème en son ensemble dans un ouvrage indépendant.

5.b — La construction d'une théorie complète des microphénomènes comprenant la théorie quantique comme cas particulier cesse de pouvoir être considérée comme un but d'ordre métaphysique, dicté par des tendances explicatives subjectives, elle devient une nécessité objective imposée par la réalité expérimentale. Cette nécessité devient particulièrement frappante lorsqu'on se rend compte que les opérateurs associés par la théorie quantique aux grandeurs décrivant un microsystème ne peuvent plus être considérés comme remplaçant ces grandeurs. En effet : Un opérateur O_G associé à la grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est obtenu dans la théorie quantique en substituant en G , O_p à $\mathbf{p}$,

$$O_G = F(\mathbf{r}, O_p) \quad (5.1)$$

Quant à O_p , il est obtenu à partir de l'expression de la valeur moyenne de $\mathbf{p}$ de S en ψ

$$\bar{\mathbf{p}} = \int \mathbf{c}_{O_p}^\psi(\mathbf{p}) \mathbf{p} (\mathbf{c}_{O_p}^\psi(\mathbf{p}))^* d\mathbf{p} \quad (5.2)$$

construite à l'aide de la probabilité définie par (2.1) pour l'obtention d'une valeur $\mathbf{p}$ (l'expression (5.2) est évidemment équivalente à trois équations; l'indice i de (2.1) y est remplacé par une dépendance de $\mathbf{p}$, afin d'exprimer le cas le plus général d'une variation continue de la valeur de $\mathbf{p}$).

En exprimant $\mathbf{c}_{O_p}^\psi(\mathbf{p})$ en fonction de l'état ψ par une intégrale de Fourier, l'on obtient finalement pour (5.2) la forme équivalente

$$\bar{\mathbf{p}} = \int \psi^* (h/i \text{ grad}) \psi d\tau \quad (5.2')$$

(qui elle aussi associe trois équations). Comme dans cette forme l'opérateur $(h/i \text{ grad})$ joue par rapport à la probabilité $|\mathbf{c}_{O_p}^\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi|^2$ définie par (2.1) pour la position $\mathbf{r}$, le même rôle que celui joué en (5.2) par $\mathbf{p}$ par rapport à la probabilité $|\mathbf{c}_{O_p}^\psi(\mathbf{p})|^2$ définie par (2.1) pour l'obtention de la quantité de mouvement $\mathbf{p}$, on déduit qu'il est formellement correct de calculer à chaque instant la valeur moyenne de $\mathbf{p}$ de S en ψ à l'aide des probabilités de présence

(2.1) à cet instant, si à $\mathbf{p}$ l'on substitue l'opérateur $((\hbar/i \text{ grad}))$. En vertu de (5.1) cette possibilité se généralise immédiatement pour toute grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. Ce résultat acquis, on en fait usage pour construire l'expression analytique de la condition de nullité dans l'état ψ de la fluctuation moyenne de la valeur d'une grandeur quelconque $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ de S :

$$\overline{O_G^2} - (\bar{O}_G)^2 = \int \psi^* (O_G - \bar{O}_G)^2 \psi d\tau = 0 \quad (5.3)$$

d'où l'on tire l'équation

$$O_G \varphi_{iO_G} = V_{iO_G} \varphi_{iO_G} \quad (5.4)$$

définissant les états propres et les valeurs propres de O_G . Par ceci le formalisme des opérateurs est en essence constitué.

Une fois les définitions (5.4) obtenues, on peut ensuite généraliser à leur aide pour une grandeur quelconque les postulats (2.1) concernant $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$, qui seuls sont intervenus dans l'édification du formalisme des opérateurs (le postulat (2.1) concernant $\mathbf{p}$, dans (5.2) et le postulat (2.1) pour $\mathbf{r}$, en (5.2')). On aboutit ainsi au postulat (2.1) généralisé. Celui-ci peut, dès lors, dans un exposé axiomatique, être mis en son intégralité à la base de la théorie quantique, mais en mettant ainsi sur le même pied tous les postulats (2.1), concernant les différentes grandeurs, on ne ferait que masquer le caractère logiquement primordial des postulats (2.1) pour $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$. Le formalisme quantique des opérateurs, comme on le voit de (5.1) à (5.4), peut être bâti entièrement à partir des seules probabilités (2.1) pour $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$. La raison pour laquelle nous insistons sur ceci apparaîtra tout à l'heure.

Puisque le formalisme des opérateurs ne concerne que les mesures quantiques ((5.4) exprime tout aussi bien que (2.1) la relation postulée entre l'obtention d'un résultat V_{iO_G} à la suite d'une mesure de G , et l'existence, de par le fait de cette mesure, de l'état propre correspondant φ_{iO_G}), une grandeur G de S étant donnée, ce formalisme ne peut servir qu'exclusivement pour le calcul des valeurs quantiques de G et des distributions et moyennes de ces valeurs quantiques. Donc si $G = \mathbf{p}$, dès qu'il s'agit de prévoir par le calcul des distributions fournies par des mesures non-quantiques, le formalisme des opérateurs reste impuissant, et l'on se trouve obligé par des impératifs objectifs à construire un cadre théorique plus général, à l'intérieur duquel il soit possible de construire les règles selon lesquelles un tel calcul doit être effectué : L'opérateur O_p ne remplace pas intégralement la grandeur $\mathbf{p}$, la théorie quantique n'arrive pas à décrire toutes les valeurs objectivement existantes de $\mathbf{p}$.

Si — en accord avec la possibilité indiquée en abordant le problème (4.b) — on arrivait à définir des mesures non-quantiques pour toute grandeur

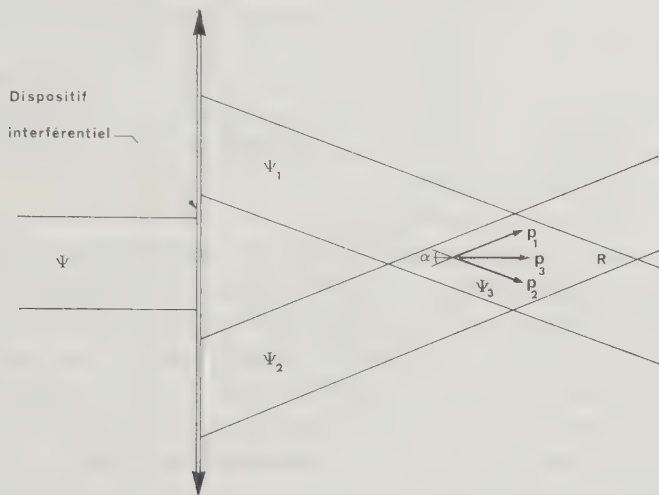
$G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ décrivant un microsystème, il apparîtrait en plus que la théorie quantique n'est suffisante pour la description d'aucune de ces grandeurs (à l'exception toutefois de $G = \mathbf{r}$ pour laquelle les mesures quantiques et non-quantiques se confondent).

5.c — Il nous paraît très probable que la théorie complète des microphénomènes dont la nécessité objective — dans l'hypothèse où nous sommes maintenant placés — a été mise en évidence plus haut, soit constituée par une théorie déjà construite : la théorie de la double solution, développée au cours des dernières années par M. de Broglie et par ses élèves. Or, cette théorie *peut être vérifiée expérimentalement* en même temps que le caractère complet de la théorie quantique, par l'expérience cruciale E_c que nous avons indiquée. En effet, notons par $BS_{\mathbf{p}}^{\psi}$ la distribution « actuelle » trouvée par M. de Broglie (4) pour les quantités de mouvement de microsystèmes d'un type S dans l'état ψ . D'une manière parfaitement analogue à celle dont nous avons défini pour les quantités de mouvement une distribution $(S_{0\mathbf{p}}^{\psi})'$ observable par des mesures quantiques par trace, qui est compatible avec la distribution (2.1) $S_{0\mathbf{p}}^{\psi}$, on peut définir aussi une distribution de quantités de mouvement observable par des mesures non-quantiques par trace qui est compatible avec la distribution $BS_{\mathbf{p}}^{\psi}$. (Si $BS_{\mathbf{p}}^{\psi}$ dépend périodiquement du temps on doit considérer la distribution moyenne $\overline{BS_{\mathbf{p}}^{\psi}}$ obtenue au cours d'un intervalle de temps suffisamment long. De même, pour éliminer l'influence de la dépendance périodique de $BS_{\mathbf{p}}^{\psi}$ du plan d'enregistrement, on peut déplacer celui-ci continûment et considérer la distribution de Broglie moyenne correspondante). Si alors la distribution obtenue dans l'expérience E_c , tout en étant différente de $(S_{0\mathbf{p}}^{\psi})'$ est compatible avec $BS_{\mathbf{p}}^{\psi}$, la théorie de la double solution est vérifiée expérimentalement. Dans le cas contraire elle est infirmée.

Donnons un exemple plus précis :

Supposons qu'à partir d'un état initial pratiquement mono-cinétique, ψ , d'un électron S, on ait réalisé, par une méthode interférentielle, deux ondes ψ_1 et ψ_2 , cohérentes, et dont les vecteurs de propagation $\mathbf{K}_1$ et $\mathbf{K}_2$ fassent un certain angle α . Si alors les ondes ψ_1 et ψ_2 sont amenées à se superposer dans une région spatiale R, elles y créent un état ψ_3 d'interférence monochromatique. Le spectre quantique des quantités de mouvement de S en ψ_3 est constitué par les deux valeurs vectorielles $\mathbf{p}_1$ et $\mathbf{p}_2$ ($|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2|$) qui correspondent à ψ_1 et ψ_2 . Tandis que la théorie de la double solution prévoit pour la quantité de mouvement de S en ψ_3 , avant toute mesure quantique de cette grandeur, un spectre constitué par une valeur vectorielle *unique*, $\mathbf{p}_3$,

dont la direction coïncide avec celle de la bissectrice de l'angle α . Si l'on introduit donc en R une plaque couverte d'émulsion nucléaire, celle-ci doit révéler des traces dont, au moins, les valeurs tangentes à l'origine pourraient décider en même temps du caractère complet de la théorie quantique et de la validité de la théorie de la double solution.



Nous soulignons fortement que les techniques d'interférométrie électronique, ainsi que celles de microscopie corpusculaire sont aujourd'hui suffisamment évoluées pour qu'il soit possible d'effectuer des expériences de ce type, comme le démontrent, en particulier, les travaux de Marton [26], de Fert et Faget [27], [28], etc. et ceux de Möllensted, Dücker, Keller et Buhl [29], [30], [31] etc. (*)

Cette possibilité de vérification expérimentale — et tellement directe — de la théorie de la double solution n'avait pas été remarquée, *toutes* les distributions d'un autre type que (2.1) déduites dans cette théorie (celle de $\mathbf{p}$ aussi) ayant été considérées comme essentiellement cachées. Ceci est dû, nous semble-t-il, à la tendance qu'on a à identifier le caractère caché *formellement*, notamment *par rapport à la théorie quantique*, que des *paramètres* associés aux microsystèmes peuvent posséder, avec un caractère caché *expérimentalement*, opérationnellement, *des aspects de la réalité microphysique que les paramètres considérés représentent*. Or, cette identification ne s'impose nullement, car ces deux façons d'être caché caractérisent deux objets essentiellement distincts, et appartiennent donc à deux ordres de faits essentiellement différents.

(*) Pour des exposés approfondis et des bibliographies détaillées, voir C. Magnan [32].

En absence de champs externes, les fluctuations Bohm-Vigier, étant aléatoires, ne peuvent probablement pas être mises en évidence par l'expérience E_c . Mais si l'on montrait théoriquement qu'en certaines conditions les fluctuations Bohm-Vigier peuvent advenir, sous l'influence d'un champ externe, quelque caractère ordonné, on pourrait définir pour les quantités de mouvement une distribution observable par mesures non-quantiques par trace, compatible avec la superposition de la distribution (ordonnée) de M. de Broglie, avec la distribution (quasi-ordonnée) Bohm-Vigier, calculées pour ce cas. En réalisant alors l'expérience E_c en présence du champ considéré il devrait être possible d'étudier expérimentalement les interactions des microsystèmes avec le milieu sub-quantique.

5.c — Au cours des dernières années, M. de Broglie a mis en évidence à maintes reprises (2, 9, 10) les raisons — d'ordre aussi bien formel que physique — pour lesquelles il est nécessaire d'admettre que la distribution quantique (2.1) concernant la grandeur position possède une signification différente de celle des distributions des autres grandeurs « parce qu'elle correspond à la présence du corpuscule en un point de l'onde avant toute action d'un dispositif séparant les composantes de Fourier avec rupture des relations de phase » [8] (*). Selon M. de Broglie, il n'est « pas légitime de faire correspondre au point $\mathbf{R}_j$ la fonction propre $\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_j)$ car... la localisation observable ne provient pas de la réduction de l'onde à un point, mais d'une action de proximité entre un corpuscule et une autre unité microphysique. En particulier le passage de l'onde à travers un petit trou dans un écran qui ne s'accompagne d'aucune manifestation observable ne constitue nullement une localisation du corpuscule et ce n'est jamais de cette façon qu'on observe une localisation corpusculaire » [10] (**).

Ceci revient au fond à affirmer que l'axiome (A) est faux pour $G = F(\mathbf{r})$. Examinons cette affirmation.

Nous démontrerons au § 7 que si l'expérience E_c fournit un résultat compatible avec (2.1) et si, en plus, le principe d'incertitude ne s'applique pas aux mesures par trace, l'opinion de M. de Broglie mentionnée plus haut est nécessairement vraie. Par contre, il résultera encore au paragraphe 7 que, dans l'éventualité où E_c fournirait un résultat incompatible avec (2.1), cette opinion de M. de Broglie — assez paradoxalement — ne serait pas démontrée. Mais en ce cas encore elle acquerrait, nous semble-t-il, une

(*) p. 56

(**) p. 54.

force nouvelle difficile à ignorer et *indépendante* de la vérification de la théorie de la double solution, du fait qu'elle se trouverait placée cette fois *à l'intérieur d'une conception strictement positiviste*.

En effet, puisqu'en ce cas, pour la quantité de mouvement, il est démontré qu'un état propre ne se forme pas inéluctablement, instantanément, automatiquement, dès qu'il y a enregistrement d'une valeur de la quantité de mouvement, mais qu'il n'apparaît au contraire que lorsqu'il a été créé (ou programmé) délibérément avant l'enregistrement, par la réalisation de conditions C_{1p} appropriées (donc si l'enregistrement est englobé dans une mesure quantique), il est en même temps démontré que l'engendrement automatique d'un état propre par tout enregistrement concernant une grandeur décrivant un microsystème — contrairement à (2.1) et à (A) — n'est pas une propriété *générale* de ces enregistrements. Dès lors il n'y a plus aucune justification pour considérer a priori qu'un enregistrement de la valeur d'une grandeur donnée quelconque G d'un microsystème S , effectué au cours d'une mesure M_G , se réalise nécessairement à l'intérieur d'un état propre de O_G . L'intégrabilité dans le formalisme quantique cesse d'être un critère pour décider s'il en est effectivement ainsi ou non (vu que, si E_c fournit un résultat incompatible avec (2.1), il apparaît que ce formalisme ne concerne qu'un sous-domaine de la réalité microphysique effectivement existante) et alors une analyse spécifique de G et M_G s'impose, dont les deux conclusions concevables sont cette fois également possibles a priori *à l'intérieur d'une conception strictement positiviste*.

Essayons alors d'établir quelle est la conclusion fournie par une telle analyse pour le cas $G = \mathbf{r}$.

Nous avons remarqué plus haut (problème 4.b) qu'il n'est pas possible d'obtenir une question (Q) relativement à $G = F(\mathbf{r})$. En conséquence de cette impossibilité le problème de la vérité de (A) pour $G = F(\mathbf{r})$ ne pourra jamais être tranché expérimentalement d'une façon directe et incontestable, comme celui de la vérité de (A) pour $\mathbf{p}$, mais est condamné à rester sur un plan plus abstrait.

C'est sur ce plan que se placent les arguments mentionnés de M. de Broglie, qui mettent en évidence l'inconsistance physique et le caractère fallacieux de la notion d'état propre de la position.

A ces arguments s'oppose l'idée que c'est uniquement à l'aide de la notion d'état propre de la position, qu'il est possible de concilier le point de vue strictement positiviste, à la fois avec l'assertion que la théorie quantique est complète et avec celle que le formalisme « des transformations » qu'elle contient s'applique unitairement à toutes les grandeurs décrivant les micro-systèmes. Or, en réalité, cette idée est sûrement fautive :

Comme nous l'avons déjà dit, si les mesures par trace ne sont pas soumises au principe d'incertitude, et si le résultat de E_c est compatible avec (2.1) et donc, du point de vue positiviste, la théorie quantique est effectivement complète, cela démontre que l'opinion de M. de Broglie concernant la non-apparition d'états propres de la position lors d'un enregistrement de position est vraie (§ 6), et que par conséquent le formalisme des transformations n'a pas une validité générale, l'axiome (A) ne s'appliquant pas à $G = F(\mathbf{r})$.

Si, par contre, le résultat de E_c est incompatible avec (2.1), la théorie quantique n'est pas complète et en même temps la théorie des transformations ne possède pas une validité générale, l'axiome (A) ne s'appliquant pas, cette fois, à $G = G(\mathbf{p})$, et ceci indépendamment du fait que les états δ se produisent ou non lors d'un enregistrement de position.

L'utilité qu'on prête à la notion d'état propre de la position n'existe donc pas en fait, car cette notion *n'entraîne pas* la validité générale de la théorie des transformations, n'importe laquelle serait vraie des deux possibilités concevables concernant le résultat de E_c . Ce qu'on oppose aux arguments de M. de Broglie est donc bien illusoire.

D'autre part, dans l'hypothèse où nous nous trouvons, que E_c ait fourni un résultat incompatible avec (2.1), les frontières du domaine de réalité microphysique dont on reconnaît l'existence du point de vue strictement positiviste, avancent jusqu'à englober à leur intérieur les arguments de M. de Broglie. Dès lors, comme la force de ceux-ci est incontestablement très grande, comme il devient possible de s'y soumettre sans quitter le point de vue strictement positiviste, et comme rien de consistant ne s'y oppose, il nous semble bien difficile et gratuit de refuser d'accepter que les mesures de la position sont des mesures non-quantiques, *en* ψ , comme les mesures ψM_T^P , et non pas des mesures de type quantique, *à partir de* ψ .

Il nous semble à peine utile d'ajouter aux arguments de M. de Broglie l'observation suivante, rattachable aux considérations faites concernant le problème (4.b).

Comme nous l'avons déjà remarqué, pour $G = F(\mathbf{r})$, contrairement à ce qui se passe pour toutes les autres grandeurs, à cause du caractère de limite et abstrait des états propres δ de la position, les mesures considérées dans la théorie quantique ne contiennent aucune étape objectivement distinguable de celle d'enregistrement, de réalisation de conditions spécifiquement appropriées à la création d'états propres de la position. Il est d'ailleurs bien difficile de concevoir en quoi de telles conditions pourraient objectivement consister, étant donné que les états propres de la position possèdent toujours les mêmes coordonnées spatio-temporelles que les enregistrements

de position eux-mêmes. Donc, objectivement, les mesures « quantiques » de position se réduisent toujours à la seule étape d'enregistrement. En ceci elles diffèrent de toutes les autres mesures quantiques, et de façon notamment à constituer l'équivalent pour $G = \mathbf{r}$, des mesures non-quantiques ΨM_T^P de $\mathbf{p}$. Il est alors naturel de se décider à admettre que les valeurs fournies par les mesures de position sont elles aussi non-quantiques, comme les valeurs fournies pour $\mathbf{p}$ par les mesures ΨM_T^P . On aboutit ainsi à la conclusion assez paradoxale que voici :

Les distributions (2.1) pour la position (et pour les fonctions de position) qui se trouvent (avec les distributions (2.1) pour $\mathbf{p}$) historiquement et même formellement à la base de tout le formalisme quantique, sont — physiquement — des distributions non-quantiques, la position (ainsi que les fonctions de position) étant la *seule* parmi toutes les grandeurs décrivant un micro-système qui n'est susceptible que de mesures non quantiques exclusivement. En effet, tant qu'il n'est pas établi que le principe d'incertitude ne s'applique pas aux enregistrements simultanés d'une position et d'une quantité de mouvement par un acte de mesure par trace, donc tant qu'il n'est pas établi qu'il est possible de définir un procédé non-quantique de mesure (rigoureuse) pour toute grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ décrivant un micro-système, la distinction entre mesures quantiques et mesures non-quantiques entraîne une division des grandeurs décrivant les micro-systèmes en trois catégories : $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ qui permettent exclusivement des mesures quantiques, $G = F(\mathbf{p})$ qui permettent des mesures quantiques aussi bien que des mesures non-quantiques et $G = F(\mathbf{r})$ qui permettent exclusivement des mesures non-quantiques. Dès qu'il serait établi que le principe d'incertitude ne s'applique pas à la situation qui apparaît lors d'un acte de mesure par trace, ces trois catégories se condenseraient en deux seulement : $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ et $G = F(\mathbf{p})$ qui admettent des mesures aussi bien quantiques que non-quantiques, et $G = F(\mathbf{r})$ qui n'admettent qu'exclusivement des mesures non-quantiques. *Dans les deux cas $G = F(\mathbf{r})$ sont les seules grandeurs qui ne permettent que des mesures non-quantiques.*

Ainsi, à l'abri d'un voile formel que le caractère de limite des états propres de la position a permis de tisser, la base de la théorie quantique déborde subrepticement par son contenu physique le domaine d'application reconnu de cette théorie.

Ceci nous semble placer dans une lumière nouvelle les considérations de M. de Broglie [2, 9, 10] concernant la « primauté » sur les autres probabilités quantiques, des probabilités (2.1) $|\psi|^2$ concernant la position.

Les conclusions obtenues nous suggèrent encore les observations suivantes concernant l'évolution des conceptions sur les micro-systèmes :

Le concept moderne de microsystème a été créé par M. de Broglie dans sa thèse. Il y consiste en un complexe formé par une « onde associée » à un « corpuscule » proprement dit, le corpuscule se déplaçant à l'intérieur de l'onde d'une façon cohérente avec les conclusions de la théorie de la relativité. Mais la représentation mathématique de ce concept construite dans la thèse — la fonction ψ — est incomplète, ne consistant qu'en la description de l'onde associée, seule. La position du corpuscule proprement dit, bien qu'elle existe dans le modèle de microsystème qui forme la base des raisonnements de la thèse, constitue un aspect de ce modèle qui s'est perdu, filtré, par le passage de sa description parlée à la description mathématique. Néanmoins, comme la phase de l'onde associée est univoquement liée, par le postulat bien connu, à la quantité de mouvement du corpuscule proprement dit, la fonction ψ qui décrit l'onde, décrit en même temps certains aspects du mouvement du corpuscule proprement dit, mais indirectement, par l'intermédiaire de l'onde associée.

Cette « ondularisation » du concept de microsystème accomplie à l'intérieur même de la thèse de M. de Broglie (on y parle de fonction *de phase*, et, depuis, on a parlé toujours de fonction *d'onde*) eut par la suite une profonde influence sur l'évolution de ce concept. Car, au fond, c'est en assimilant le microsystème exclusivement à son onde associée et le considérant par conséquent comme dépourvu de toute spécificité de comportement par rapport aux ondes envisagées antérieurement dans la théorie des champs électromagnétiques, que M. Born posa, concernant $|\mathbf{p}|$, son postulat (2.1), qui impliquait l'axiome (A) pour $|\mathbf{p}|$, selon lequel pour mesurer l'énergie possédée par un microsystème S dans l'état ψ il est nécessaire — en raison de la relation de L. de Broglie entre les fréquences et les valeurs absolues des quantités de mouvement — de dibuter par la création à partir de l'onde ψ , d'une onde propre de $O_{|\mathbf{p}|}$, puisque, pour mesurer une fréquence « existe » dans une onde électromagnétique, il faut d'abord effectuer une décomposition spectrale de cette onde.

Tandis que le modèle de microsystème de M. de Broglie contient un aspect sans correspondant dans la description mathématique — la position du corpuscule proprement dit — cette description à son tour contient un élément sans correspondant clairement désigné dans le modèle : l'amplitude de la fonction ψ , considérée pour des raisons de commodité comme continue, sans qu'il soit spécifié quelle signification physique elle pourrait avoir, ou bien comment elle pourrait être modelée afin de représenter un aspect physique donné du microsystème.

M. Born établit que cette amplitude est rattachable de la façon que l'on sait à la probabilité fournie par l'expérience pour la présence du corpuscule

proprement dit dans un point donné de l'espace. Cette conclusion lui fut probablement suggérée aussi par le fait que la position du corpuscule proprement dit n'intervient dans les raisonnements de la thèse de M. de Broglie que statistiquement (il s'y agit d'une *infinité* d'horloges dont l'une *quelconque* représente le corpuscule proprement dit).

A partir de la probabilité définie par M. Born pour l'obtention par des mesures d'une quantité de mouvement donnée, et de la probabilité fournie par l'expérience pour l'obtention par des mesures d'une position donnée, on définit ensuite tous les opérateurs associés aux grandeurs physiques décrivant un microsystème, on obtint l'équation des états et des valeurs propres d'un opérateur quelconque, et à l'aide de cette équation on généralisa le principe de décomposition spectrale, défini d'abord pour $|\mathbf{p}|$ seul, obtenant ainsi le principe général (2.1)(5.b). Cette généralisation put englober formellement la position aussi, grâce au caractère de limite des états propres de celle-ci.

Dans les termes du modèle de microsystème de L. de Broglie on peut caractériser de la façon suivante la situation qui s'est ainsi réalisée :

En généralisant pour toutes les grandeurs le postulat (2.1) initialement formulé pour $|\mathbf{p}|$ seul, qui concernait exclusivement un type de mesures tiré tel quel du domaine des ondes pures à l'aide de la relation de L. de Broglie entre quantités de mouvement et fréquences, on arrive à considérer pour toutes les grandeurs décrivant les microsystèmes exclusivement *des mesures de type ondulatoire* (les mesures quantiques) fondées sur la possibilité, — qui découle de la relation existant entre le mouvement d'un corpuscule proprement dit et l'onde associée de ce corpuscule, — de déterminer la valeur d'une grandeur décrivant le mouvement du corpuscule proprement dit, en déterminant la structure de son onde associée. (Pour une grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ d'un microsystème S la mesure de ce type débute — comme nous l'avons mis en évidence — par la transformation de l'onde associée comprise dans le microsystème S en un ensemble d'ondes ayant chacune une structure telle, qu'en vertu de la relation entre ondes associées et mouvement du corpuscule proprement dit, elle assure à tout instant à son intérieur, en chaque point, une valeur de la quantité de mouvement du corpuscule proprement dit de S — supposé qu'il se trouve en ce point — qui, combinée selon F à la position du point considéré, fournisse toujours la même valeur de $G = F$. Il est alors évident que des mesures de ce type relatives à deux grandeurs conjuguées ne peuvent pas en effet être effectuées simultanément).

Bref, on s'astreignit arbitrairement à n'étudier la dynamique du corpuscule proprement dit d'un microsystème qu'exclusivement *a travers* son onde associée. On n'examina pas l'éventuelle possibilité d'étudier aussi la dyna-

mique des corpuscules proprement dits par des mesures d'un autre type que celles tirées du domaine des ondes pures, par des mesures, notamment, qui ne seraient pas fondées sur l'utilisation de l'onde associée au corpuscule proprement dit, mais qui seraient basées seulement et directement sur l'existence de ce corpuscule, avec ses caractéristiques dynamiques (mesures non-quantiques). On n'envisagea pas, en outre, que la relation entre le mouvement du corpuscule proprement dit et la structure de son onde associée, tout en permettant l'étude de la dynamique du corpuscule à travers les caractéristiques de l'onde associée, pouvait impliquer en même temps la possibilité presque inverse, celle d'étudier expérimentalement l'onde associée telle qu'elle est avant toute modification à elle imposée, à travers l'étude statistique directe (par mesures non-quantiques) des corpuscules proprement dits se déplaçant à l'intérieur de cette onde. Le fait qu'on agit effectivement ainsi chaque fois qu'on effectue des enregistrements de la position du corpuscule proprement dit, et qu'on étudie, ce faisant, comment l'amplitude de l'onde associée dépend des coordonnées de l'espace, fut masqué par l'existence formelle et dépourvue de substance physique des ondes propres δ de la position. Et le fait que la phase de l'onde associée peut probablement elle aussi être étudiée expérimentalement (en même temps que le mouvement du corpuscule proprement dit dans l'onde) en effectuant des mesures non-quantiques de la quantité de mouvement, fut masqué de son côté par cette sorte de prépondérance sur le corpuscule proprement dit que, dans un microsystème, l'on accorda arbitrairement à l'onde associée, sous l'inspiration autoritaire de l'ondularisation d'un microsystème introduite par la thèse de M. de Broglie.

Dès avant la soutenance de sa thèse [33], M. de Broglie fut conscient de la nécessité de remplacer la fonction ψ de sa thèse par une représentation mathématique plus complète d'un microsystème, contenant aussi un élément correspondant à l'existence du corpuscule proprement dit. Relativement peu de temps après la soutenance de sa thèse, M. de Broglie construisit effectivement [2] une telle représentation complétée d'un microsystème et l'intégra dans une première forme de sa théorie de la double solution. Mais, pour des raisons psychologiques plutôt que logiques, on refusa avec une curieuse obstination de tenir compte de cette représentation complétée. De la sorte on maintint à l'intérieur de la théorie quantique la source qui engendra par la suite toutes les étrangetés de conception et de langage que l'on connaît.

5.e — Enfin, un résultat incompatible avec (2.1) de l'expérience E_c aurait encore pour conséquence la nécessité d'un examen critique de la théorie des

mesures quantiques indirectes. Il nous semble en effet très probable que l'interaction $I_{S-S'}$ (§ 2), à qui l'on attribue dans une mesure quantique indirecte d'une grandeur G le rôle tenu dans une mesure quantique directe de G par les conditions C_{1G} créatrices d'états propres de O_G , n'aboutit en réalité à créer effectivement des états propres de O_G et $O_{G'}$ pour S et S' respectivement, qu'en certaines circonstances très restrictives, qu'il faudrait définir (pour $G = \mathbf{p}$, par exemple, ces circonstances consistent peut-être dans le fait que les états initiaux de S et S' doivent déjà être des états propres de O_G et $O_{G'}$, celui de S connu, celui de S' inconnu). Admettant que E_c fournisse une distribution incompatible avec (2.1), donc que les états propres n'apparaissent pas automatiquement lors de toute interaction de mesure, en dehors de ces circonstances restrictives qu'il reste à définir, les états propres requis pour que la mesure soit quantique ne se forment certainement pas, et c'est au fond une mesure indirecte d'un type non-quantique que l'on effectue. Cela revient en particulier à dire qu'il doit être possible d'effectuer des mesures indirectes non-quantiques de certaines fonctions de la quantité de mouvement, d'autres manières encore que par trace, et de réaliser diverses variantes de E_c présentant peut-être des avantages de commodité ou de rigueur. (Supposons par exemple qu'à l'aide d'un dispositif interférentiel on ait créé un état ψ d'interférence pour un électron S . Dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation de ψ on envoie un jet pratiquement monocinétique de positrons. La distribution des fréquences fournies par les annihilations qui statistiquement se produisent quand on répète l'expérience, devrait alors reproduire en bas-relief sur le fond de la fréquence correspondante aux positrons, la distribution non-quantique des énergies des électrons en ψ . Si au lieu d'envoyer des positrons l'on envoie des photons monochromatiques, des effets Compton se produisent. On peut calculer la distribution des fréquences liées aux directions de diffusion qui serait compatible avec S_{Op}^ψ (2.1) et la comparer à la distribution effectivement obtenue).

Une dénomination générale appropriée pour telles mesures est celle de « mesures non-quantiques de $F(\mathbf{p})$ » et on peut les indiquer par la notation $\psi M^{F(\mathbf{p})}$.

Les mesures $\psi M^{F(\mathbf{p})}$ pourraient s'avérer très fertiles pour l'étude directe des microsyntèmes. Elles peuvent probablement s'associer à des mesures de position simultanées de celles de $F(\mathbf{p})$ (le fait qu'elle ne s'y associent pas *nécessairement* — comme dans une mesure $\psi M_T^{F(\mathbf{p})}$ — montre que le problème (4.a) n'est pas essentiel aux mesures non-quantiques, et rend de ce fait plus évidente l'indépendance entre le principe d'incertitude et le problème du caractère complet de la théorie quantique). Les circonstances

qui se réaliseraient ainsi devraient alors être examinées elles aussi — comme celles caractérisant l'enregistrement simultané de $\mathbf{r}$ et de $\mathbf{p}$ lors d'un acte de mesure par trace — dans le but d'établir les relations entre les imprécisions de mesure qui interviennent, car les analyses déjà faites par Heisenberg nous semblent ne concerner que des situations d'un autre type (problème (4.b) et par. 6).

6 — ESQUISSE DES RELATIONS ENTRE LE PROBLÈME DE L'APPLICABILITÉ DU PRINCIPE D'INCERTITUDE AUX MESURES PAR TRACES, L'EXPÉRIENCE E_0 , LA POSSIBILITÉ DE GÉNÉRALISATION DE LA QUESTION Q, ET LE CARACTÈRE CAUSAL DU COMPORTEMENT DES MICROSYSTÈMES

Examinons maintenant de plus près le problème de l'applicabilité des relations d'incertitude aux imprécisions qui affectent les valeurs de la position et de la quantité de mouvement d'un microsystème S fournies simultanément par un enregistrement de la trace de S . Disons toutefois dès l'abord qu'il ne s'agit ici que de simples conjectures, qui constituent le prélude d'une suite d'idées assez curieuse que nous développerons prochainement en détail ailleurs.

Ce problème peut être abordé d'une façon directe (sans qu'il soit nécessaire de le placer dans le cadre général de l'examen des limites du domaine d'applicabilité du principe d'incertitude). En effet, concernant les enregistrements de traces on peut faire l'observation suivante :

Tout enregistrement d'une trace d'un microsystème S à un moment t consiste au fond en un enregistrement de la position de S au moment t , qui se produit d'abord, et qu'on laisse ensuite se développer en un enregistrement complet de trace, qui s'accomplit à un moment $(t + \Delta t) > t$, et dont on peut déduire la valeur de la quantité de mouvement de S au moment initial t de l'enregistrement.

Supposons maintenant, par exemple, que l'enregistrement de trace considéré soit réalisé dans une émulsion nucléaire. En ce cas l'imprécision $\Delta V_{\mathbf{r}t}$, qui affecte la valeur $V_{\mathbf{r}t}$ de la position de S au moment t fournie par l'enregistrement de position par lequel l'enregistrement de trace débute, a une valeur déterminée par la structure du milieu sensible dans lequel l'enregistrement de position se produit, c'est-à-dire par la structure de la seule *couche superficielle* de l'émulsion nucléaire utilisée. Cette imprécision $\Delta V_{\mathbf{r}t}$, comme l'imprécision de tout enregistrement indépendant de position, peut donc être en principe diminuée arbitrairement en préparant convenable-

ment la couche superficielle de l'émulsion. (ΔV_{rt} ne se distingue en rien de l'imprécision de tout enregistrement de la position d'un microsystème par impact sur une plaque sensible. Les impressions produites ensuite par S dans les couches intérieures de l'émulsion ne peuvent évidemment pas influencer sur ΔV_{rt} puisqu'elles se produisent ultérieurement). Quant à l'imprécision ΔV_{pt} , qui affecte la valeur vectorielle V_{pt} de la quantité de mouvement de S au moment t déduite des caractéristiques de la trace de S enregistrée, elle a une valeur déterminée par la structure de l'émulsion nucléaire entière, à laquelle la structure de la couche superficielle n'apporte qu'une contribution infinitésimale.

Bien qu'ils concernent un même instant t de l'évolution de S, l'enregistrement de V_{rt} et celui de V_{pt} n'ont en commun qu'un seul point et un seul instant. On peut considérer que l'imprécision ΔV_{pt} est déterminée par deux quantités : $\Delta V'_{pt}$, qui apparaît simultanément avec ΔV_{rt} et représente la contribution de l'impression produite par S dans la couche superficielle, et $\Delta V''_{pt}$, qui apparaît après $\Delta V'_{pt}$ (et ΔV_{rt}) et représente la contribution des interactions associées aux impressions produites par S dans les couches intérieures de l'émulsion utilisée.

La quantité $\Delta V''_{pt}$ peut en principe elle aussi être diminuée arbitrairement. (Il est bien nécessaire d'accepter ceci si l'on accepte que les mesures par trace des quantités de mouvement *seules*, (abstraction faite des mesures de position qu'elles comportent) par lesquelles on établit tant de données expérimentales dans les recherches nucléaires, sont rigoureuses (sont affectées par des imprécisions arbitrairement petites)). La possibilité de cette diminution doit évidemment être indépendante de la valeur de ΔV_{rt} .

Il reste donc à examiner la relation entre les quantités ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$, qui apparaissent simultanément. Or, concernant cette relation on peut faire la remarque suivante :

Pour que ΔV_{rt} soit reliée à $\Delta V'_{pt}$ par la relation d'incertitude (ou par toute autre relation de proportionnalité inverse) il faudrait qu'une diminution vers zéro de l'imprécision (infidélité) d'une impression produite dans un milieu sensible par un microsystème S ayant une quantité de mouvement finie donnée, soit nécessairement associée à la possibilité de la transmission à S d'une énergie qui tende vers l'infini.

Or, il n'existe actuellement aucune démonstration valable de ce fait (*).

(*) Par contre il se pourrait que la diminution de ΔV_{rt} soit liée à un accroissement de l'énergie que S doit *céder* au milieu sensible, et qu'elle impose donc une limite inférieure aux valeurs V_{pt} de p de S mesurables, mais ceci n'imposerait rien concernant l'imprécision ΔV_{pt} .

Heisenberg affirme [34] qu'il en serait en effet ainsi, que la fluctuation $\Delta p \equiv \Delta V'_{pt}$ de la valeur de la quantité de mouvement d'un électron lié dans un atome se trouverait liée à la largeur spatiale $\Delta x \equiv \Delta V_{rt}$ de l'atome par la relation d'incertitude, et que donc lorsqu'un microsystème S dont on enregistre la trace cède à un électron atomique son énergie d'ionisation, celui-ci cède à son tour à S une quantité de mouvement qui n'est évaluable qu'avec l'indétermination $\Delta p \equiv \Delta V'_{pt}$, qui s'accroîtrait vers l'infini quand Δx diminue vers zéro.

Seulement, Heisenberg n'établit pas l'existence de la relation d'incertitude entre ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$, qu'il affirme, par l'analyse de la circonstance expérimentale particulière dans laquelle ces deux imprécisions sont impliquées — comme il le fait dans le cas du microscope, par exemple — mais il la déduit par le calcul, à l'intérieur de la théorie quantique, en utilisant pour évaluer $\Delta V'_{pt}$ la distribution (2.1) des valeurs de la quantité de mouvement dans un état ψ qui représente un électron lié dans un atome. Donc la relation d'incertitude établie par Heisenberg entre ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$ ne se rattache pas à la forme (H)₁ du principe d'incertitude, mais à sa forme (H)₂. Or, contrairement à (H)₁, qui exprime un résultat extrait inductivement de l'examen direct d'un certain nombre de situations expérimentales particulières, et qui prétend à une validité indépendante et générale, la forme (H)₂ est obtenue déductivement du postulat (2.1) généralisé de Born, et donc, en cette forme, la vérité des relations d'incertitude n'est certainement ni indépendante ni générale, mais est liée à celle du postulat (2.1) de Born : elle concerne nécessairement seulement les distributions obtenues *à la suite d'une mesure quantique* *. Il s'ensuit que tant que la validité générale de (2.1) pour des distributions obtenues par des mesures non-quantiques peut être mise objectivement en doute (question (Q)), la validité générale de toute démonstration de l'existence de la forme (H)₂ des relations d'incertitude pour une circonstance donnée, peut être mise en doute également. De même, il est évidemment fallacieux d'utiliser la forme statistique (H)₂ pour obtenir une contribution à l'établissement de (H)₁, qui se rapporte à des mesures quelconques individuelles.

L'exactitude des remarques faites ci-dessus peut être mise en évidence en envisageant deux résultats possibles de l'expérience E_c. En effet :

Si E_c fournissait un résultat incompatible avec (2.1), la démonstration de Heisenberg de l'existence de la relation d'incertitude entre les correspondants statistiques (H)₂ de ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$ se montrerait fausse, car en ce cas on devrait admettre que lors de son interaction avec le microsystème dont on enregistre

(*) Voir pp. 21-24.

la trace, l'électron lié dans l'atome possède une quantité de mouvement distribuée de façon non-quantique, donc à la dispersion de laquelle $(H)_2$ ne s'applique pas nécessairement. Puisque la démonstration citée de Heisenberg est, à notre connaissance, la seule sur laquelle repose l'affirmation de l'applicabilité de $(H)_2$ (et non pas de $(H)_1$) aux enregistrements de position par ionisation, il résulte que si E_c donnait un résultat incompatible avec (2.1) cette applicabilité se trouverait non-démontrée, et donc on ne pourrait rien affirmer concernant la relation entre ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$.

Supposons maintenant que E_c , tout en fournissant un résultat incompatible avec (2.1), fournisse en plus une distribution vérifiant la théorie de la double solution. En cette théorie on déduit que la distribution de la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ d'un électron lié dans un atome d'hydrogène, est sans dispersion, $\mathbf{p}$ étant partout et constamment nul*, si l'on néglige les vitesses non-nulles que l'électron acquiert par interaction avec le milieu subquantique. En ce cas $\Delta V'_{pt}$ serait nul, et le principe d'incertitude ne pourrait s'appliquer sous aucune forme. Et même si l'on tenait compte de l'effet du milieu subquantique, il est tout à fait improbable que $\Delta V'_{pt}$ soit trouvé lié à ΔV_{rt} par la relation d'incertitude.

Ces considérations montrent que dans l'état actuel des choses on ne peut rien affirmer concernant la relation entre ΔV_{rt} et $\Delta V'_{pt}$. La possibilité reste donc ouverte pour que les relations d'incertitude ne soient pas applicables aux mesures par trace.

Pour décider s'il en est effectivement ainsi, on peut concevoir des procédés spécifiquement appropriés à cette fin, aussi bien théoriques qu'expérimentaux. Sans les indiquer ici, admettons hypothétiquement que l'on ait établi par l'un quelconque de ces procédés que le principe d'incertitude ne s'applique pas aux enregistrements simultanés par trace de la position et de la quantité de mouvement qu'un microsystème S possède à un moment t . Il s'ensuivrait alors que ces enregistrements sont simultanément rigoureux, que l'on peut donc définir objectivement une mesure non-quantique $\psi M_T^{(\mathbf{r}, \mathbf{p})}$ donc une mesure non-quantique $\psi M_T^{G=F(\mathbf{r}, \mathbf{p})}$ pour une grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ quelconque décrivant S , et que par conséquent la question (Q) est généralisable à une telle grandeur $G = F(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ quelconque (voir § 4, problème (4.b)).

Il s'ensuivrait encore en ce cas que deux grandeurs conjuguées *quelconques* décrivant S peuvent en principe être mesurées simultanément avec rigueur par une mesure non-quantique par trace. Or, cette possibilité de principe — *qu'elle soit vraie ou fasse* — met en évidence le fait que *la non-mesurabilité*

(*) Voir pp. 64-65.

simultanée de deux grandeurs conjuguées décrivant un microsystème est une propriété qui n'est pas intrinsèque aux grandeurs conjuguées elles-mêmes, mais seulement aux procédés constituant leurs mesures quantiques.

On peut préciser maintenant le rapport qui existe entre le problème du caractère complet de la théorie quantique et celui du caractère causal du comportement des microsystèmes :

La valeur de vérité du postulat de Born décide du caractère complet de la théorie quantique, intégralement, et indépendamment du principe d'incertitude, comme nous l'avons mis en évidence en tout ce qui précède. Dès que l'on démontrerait qu'il existe des distributions enregistrables expérimentalement qui ne sont pas prévues par le postulat de Born, il serait par cela prouvé que la théorie quantique est objectivement incomplète, *même si ces nouvelles distributions n'étaient pas intégrables dans une correspondante causale de la théorie quantique*(*). (Dans ce dernier cas les distributions non-quantiques enregistrées mèneraient probablement elles aussi — tout comme les distributions Born — à une forme $(H)_2$ du principe d'incertitude, les distributions (2.1) n'étant pas les seules à pouvoir fournir $(H)_2$).

Quant au caractère causal du comportement physique des microsystèmes — dans l'acception strictement positiviste de l'expression — il est décidé exclusivement par l'intégrabilité dans une correspondante complète *causale* des éventuelles distributions non-quantiques dont on pourrait identifier objectivement l'existence par une expérience du type E_c (**). (Si une telle distribution se trouvait, en particulier, coïncider avec celle prévue pour le cas considéré par la théorie de la double solution, par exemple, cela prouverait le caractère causal du comportement des microsystèmes).

Il se pourrait que l'intégrabilité d'éventuelles distributions non-quantiques objectivement enregistrables, (qui ne sont pas cachées expérimentalement) dans une correspondante complète de la théorie quantique qui soit causale, soit liée nécessairement à une non-validité générale de $(H)_1$. Mais nous n'analysons pas ici ce problème.

7 — SUR LA POSSIBILITÉ DE LA NON-VALIDITÉ GÉNÉRALE DE LA THÉORIE QUANTIQUE DES TRANSFORMATIONS

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que la possibilité reste pour l'instant ouverte qu'un enregistrement de la trace d'un microsystème S

(*) Voir première partie de la thèse, §.3.

(**) Voir le critère (C c c), première partie de la thèse, §.3.

fournisse rigoureusement (avec des imprécisions arbitrairement petites) en même temps la valeur de la position et celle de la quantité de mouvement que S possède à un moment donné t . Or, si cette possibilité s'avérait être effectivement vraie, ceci impliquerait la non-validité générale de l'axiome (A), et donc de la théorie quantique des transformations. En effet :

Supposons que l'on répète un nombre de fois N suffisamment grand une mesure non-quantique $\Psi M_T^{(r,p)}$ sur N microsystemes S de même type et se trouvant dans un même état quantique quelconque ψ . Si chacune de ces mesures fournit rigoureusement (avec des imprécisions indépendantes et arbitrairement petites) une valeur de la position du microsysteme S considéré et une valeur simultanée de la quantité de mouvement de ce microsysteme l'on obtient simultanément une distribution S_r^ψ — la distribution quantique (2.1) (§ 4, problème 4.b et § 5, conséquence 5.d) — de N valeurs de la position de microsystemes S dans l'état ψ , et une distribution S_p^ψ — quantique ou non, selon la réponse fournie par l'expérience E_c à la question (Q) — de N valeurs de la quantité de mouvement de microsystemes S dans l'état ψ . Or, il n'est pas possible que les enregistrements des valeurs constituant S_r^ψ se soient réalisés à l'intérieur d'états propres δ de la position et qu'en même temps les enregistrements des valeurs constituant S_p^ψ se soient réalisés à l'intérieur d'états propres de la quantité de mouvement, car, r et p étant des grandeurs conjuguées, il n'existe pas un système complet de fonctions propres communes à ces deux grandeurs, et par conséquent l'état ψ ne peut pas, ni mathématiquement, ni physiquement, fournir au moyen de N enregistrements, à la fois la distribution quantique en ψ de N états propres de la position et la distribution quantique en ψ de N états propres de la quantité de mouvement. Donc, dans le cas admis, l'axiome (A) et la théorie quantique des transformations ne peuvent pas avoir une validité générale.

On peut ajouter encore les remarques suivantes :

Dans l'hypothèse où nous sommes, de l'enregistrement simultané rigoureux par trace de la position et de la quantité de mouvement d'un microsysteme S , et en admettant que l'expérience E_c fournisse un résultat *compatible* avec (2.1), la conclusion que nous venons d'obtenir a la conséquence suivante : Les N valeurs de la position de microsystemes S dans l'état ψ , enregistrées par les mesures $\Psi M_T^{(r,p)}$ considérées plus haut, bien qu'elles se répartissent certainement selon la distribution « quantique » (2.1) $S_r^\psi \equiv |\psi|^2 \equiv S_{O_r}^\psi$, ne se réalisent néanmoins pas à l'intérieur d'états propres δ de la position (il a résulté plus haut (§ 4 problème (4.b) et § 5 conséquence (5.IV)) que ceci est bien concevable). Or, en ce cas l'opinion de M. de Broglie concernant la primauté de la grandeur position serait *démontrée*.

Admettons maintenant au contraire que l'expérience E_c fournisse une distribution S_p^ψ incompatible avec (2.1). En ce cas le raisonnement que nous venons de faire n'exclut pas la possibilité que les enregistrements de position que comportent les N mesures $\psi M_T^{(r,p)}$ considérées se soient réalisés en des états propres de la position. Mais il n'impose pas non plus la conclusion que des états δ aient été effectivement réalisés. Donc en ce cas l'opinion de M. de Broglie concernant la primauté de la grandeur position (assez paradoxalement) ne serait pas démontrée. Mais nous avons montré (§ 5, conséquence 5.d) qu'il existe en ce cas d'autres considérations qui permettent d'accepter, sans quitter le point de vue strictement positiviste, et en même temps portent très fortement à croire, que, conformément à l'opinion de M. de Broglie, il est dépourvu de sens physique de dire qu'un état ψ d'un microsystème S se transforme en un « état » δ lors d'un enregistrement de la position du microsystème S (par trace ou autrement).

8 — CONCLUSION

De l'analyse des processus quantiques de mesure (§ 3) on a pu déduire la possibilité de soumettre un microsystème S à des mesures d'un autre type que les mesures quantiques, à des mesures non-quantiques — (§ 4). Cette possibilité s'associe à celle de trancher expérimentalement le problème du caractère complet de la théorie quantique (§ 4). Ce résultat transporte le problème du caractère complet de la théorie quantique du domaine subjectif purement spéculatif où il se trouvait placé, dans le domaine objectif. En même temps se trouvent ainsi ouvertes des perspectives qui ne paraissent pas sans intérêt (§ 5).

On a pu montrer en outre que la possibilité reste actuellement ouverte que l'enregistrement de la trace d'un microsystème fournisse à la fois les valeurs possédées à un même instant par la position et par la quantité de mouvement de ce microsystème, avec des imprécisions auxquelles le principe d'incertitude ne s'applique pas (§ 6). Enfin, on a montré que si cela se réalisait effectivement la théorie quantique des transformations ne posséderait pas une validité générale (§ 7).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] NEUMANN, J. VON, *Mathematical foundations of quantum-mechanics*, (traduit de l'édition allemande par Robert T. BEYER). Princeton, University Press, 1955.
- [2] BROGLIE, L. DE, *J. Phys.*, S. VI, t. VII, n° 1, p. 1-6, *J. Phys.*, S. VI, t. VII, n° 11, p. 321, 337.
- [3] BOHM, D., *Phys. Rev.*, t. 85, 1952, 166, 180.
- [4] BROGLIE, L. DE, *Une tentative d'interprétation causale et non-linéaire de la Mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution*. Gauthier-Villars, Paris, 1956.
- [5] BROGLIE, L. DE, *La théorie de la mesure en Mécanique Ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1957.
- [6] BROGLIE, L. DE, Nouvelle présentation de la thermodynamique de la particule isolée. *C.R.*, 255, 1962, p. 807.
- [7] BROGLIE, L. DE, Quelques conséquences de la thermodynamique de la particule isolée. *C.R.*, 255, 1962, p. 1052.
- [8] BROGLIE, L. DE, *Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique Ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1963.
- [9] VIGIER, J-P., *Structure des micro-objets dans l'interprétation cuasale de la théorie des quanta*, Gauthier-Villars, Paris, 1956.
- [10] F. FER, J. AUDRADE E SILVA, Ph. LERUSTE et G. LOCHAK, *C.R. Acad. Sc.*, t. 251, 1960, p. 2305, 2482 et 2662; *Cahiers de Physique*, n° 129, 1961, p. 210; n° 137, 1962, p. 1.
- [11] ANDRADE E SILVA, J.L., La théorie des systèmes de particules dans l'interprétation causale de la Mécanique ondulatoire, *Ann. Inst. H. Poincaré*, t. 16, fasc. IV, 1960, p. 289-359.
- [12] FER, F., Les solutions singulières des équations d'onde et la théorie de la double solution. Thèse 1956.
- [13] WEITZEL, W., *Z. f. Phys.*, t. 134, 1953, p. 264.
- [14] FENYES, I, *Z. f. Phys.*, t. 132, 1952, p. 81.
- [15] FEYERABEND, P.K., *Z. f. Phys.*, t. 145, 1956, p. 421.
- [16] BOCCHIERI, P., LOINGER, A., *Z, f. Phys.*, t. 148, 1957, p. 308.
- [17] IANOSI, L., (6), 11, 1962, p. 324.
- [18] DESTOUCHES, J-L., Déterminisme et indéterminisme en physique moderne, dans *Problème de Philosophie des Sciences* (Premier Symposium, Bruxelles 1947).
- [19] DESTOUCHES, J-L., Sur l'interprétation physique de la mécanique ondulatoire et l'hypothèse des paramètres cachés. *J. Phys.*, 1952, p. 354-358; Sur l'interprétation physique des théories quantiques. *J. Phys.*, 1952, 13 [8], p. 385-391.
- [20] DESTOUCHES-FEVRIER, P. *La structure des théories physiques*, Paris, Presses Universitaires de France, 1951.
- [21] DESTOUCHES-FEVRIER, P., *Déterminisme et indéterminisme*, Paris, P. U. F. 1955.
- [22] DESTOUCHES-FEVRIER, P., *L'interprétation physique de la mécanique ondulatoire et des théories quantiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1956.
- [23] HEISENBERG, W., *N. Bohr and the development of Physics*, London, Pergamon Press LTD, 1955.
- [24] DESTOUCHES, J-L. *Principes fondamentaux de Physique théorique*, t. II, Hermann, 1942.

- [25] MUGUR-SCHÄCHTER, M., *C.R.* t. 256, p. 5514.
- [26] MARTON, L., *Phys. Rev.*, 85, 1952, 1057-1058; *Science*, 118, 1953, 470-474; Proceedings of the International Conference on Electron microscopy, 1954, Londres, The Roy. Micr. Soc. éd., 1956, 272-279.
- [27] FAGET, J. et FERT, Ch., 1956, *C.R.Ac. Sc.*, 243, 2028-2029; 1957a. *C.R.Ac.Sc.*, 244, 2368-2371; 1957b. *Cahiers Phys.*, 83, 285-296; 1958, IV^e Congrès International de Microscopie électronique, Berlin, Springer éd. 1960, 1, 234-239.
- [28] FAGET, J.; Interférences des ondes électroniques. Application à une méthode de microscopie électronique interférentielle. Thèse. 1961, Editions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale.
- [29] MÖLLENSTEDT, G. et DÜCKER, H., 1954, *Naturwiss.*, 42, 41-42; 1956, *Z. Phys.*, 145, 377-397.
- [30] MÖLLENSTEDT, G. et KELLER, M., 1957, *Z. Phys.*, 148, 34-37.
- [31] MÖLLENSTEDT, G. et BUHL, R., 1957, *Phys. Blätter*, 13, 357-360.
- [32] MAGNAN, C., *Traité de Microscopie Electronique*, 1961, Hermann, Paris.
- [33] BROGLIE, L. DE, *C.R.* 179, 1924, p. 1029.
- [34] HEISENBERG, W., *Les principes physiques de la théorie des quanta*, Paris, Gauthier Villars, 1957.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE	VII
AVANT-PROPOS	XII

Première partie

INVALIDATION DU THÉORÈME DE VON NEUMANN SUR L'INCOMPATIBILITÉ AVEC LA THÉORIE QUANTIQUE DE L'EXISTENCE DE PARAMÈTRES CACHÉS ASSOCIÉS AUX MICROSYSTÈMES

1 Introduction	1
2 La démonstration de von Neumann (d.N.)	2
2.a Définitions préliminaires	3
2.b Position du problème	3
2.c La démonstration proprement dite	5
3 Sur les relations qui existent entre certaines propriétés formelles d'une théorie statistique, son caractère complet, le caractère causal du com- portement des systèmes qu'elle décrit, et des paramètres cachés . . .	7
4 Analyse de d.N.	13
4.a L'étape ε_1 de d.N.	13
4.b L'étape ε_2 de d.N.	15
4.c L'étape ε_3 de d.N.	15
4.d Conclusion d'ensemble concernant d.N.	22
5 Sur la compatibilité de l'existence de paramètres cachés par rapport à la théorie quantique associés aux microsystèmes, avec un caractère cor- rect de la théorie quantique	23
6 Analyse d'objections concernant d.N. faites par d'autres auteurs . .	24
6.a L'objection de D. Bohm	24
6.b L'objection de W. Weitzel	25
6.c L'objection de J. Fenyès	26
6.d L'objection de P.K. Feyerabend	28
6.e L'objection de P. Bocchieri et A. Loinger	33
6.f L'objection de Louis de Broglie	34

*Deuxième partie*DÉDUCTION DE LA POSSIBILITÉ DE TRANCHER EXPÉRIMENTALEMENT LE PROBLÈME
DU CARACTÈRE COMPLET DE LA THÉORIE QUANTIQUE

1	Introduction	37
2	Sur la relation entre les états propres et le caractère complet de la théorie quantique	37
3	Mesures quantiques et valeurs quantiques	39
4	Déduction d'une expérience cruciale (E_c) qui peut résoudre le problème du caractère complet de la théorie quantique	43
5	Exposé des conséquences possibles de l'expérience E_c	52
6	Esquisse des relations entre le problème de l'applicabilité du principe d'incertitude aux mesures par trace, l'expérience E_c , la possibilité de généralisation de la question (Q), et le caractère causal du comporte- ment des microsystèmes	66
7	Sur la possibilité de la non-validité générale de la théorie quantique des transformations	70
8	Conclusion	72
9	Bibliographie	73

